

УДК 69.04

doi: 10.33622/0869-7019.2024.10.12-23

Механика железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе

Дмитрий Анатольевич ПЕКИН, кандидат технических наук, главный конструктор, dpekin@mail.ru

ИНВ-Строй, 142105 Московская обл., г. Подольск, ул. Пионерская, 6-30

Аннотация. Данная статья является продолжением предыдущей статьи автора «Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе», опубликованной в сентябрьском номере журнала «Промышленное и гражданское строительство» за этот год. Предложена новая механика железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе, исключающая необходимость использования гипотезы плоских сечений или кинематической гипотезы Тимошенко, на основе аппарата современной строительной механики и разбиения стержневых элементов на блоки, в местах образования нормальных трещин. На базе предложенной механики железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе объединяются преимущества известных методов расчета по допускаемым напряжениям и предельным усилиям, диаграммного метода и метода предельного равновесия с выработкой универсального метода на основе квазилинейно-ступенчатого расчета для решения задач первой и второй групп предельных состояний в массовом проектировании зданий и сооружений.

Ключевые слова: механика железобетонных балок с трещинами, высота сжатой зоны бетона, новый кинематический фактор, напряжения в сжатом бетоне, напряжения в растянутой арматуре, диаграмма « σ – ε » для крайней фибры сжатого бетона в балках

Для цитирования: Пекин Д. А. Механика железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе // Промышленное и гражданское строительство. 2024. № 10. С. 12–23.
doi: 10.33622/0869-7019.2024.10.12-23

MECHANICS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH NORMAL CRACKS UNDER FLAT BENDING

Dmitrii A. PEKIN, dpekin@mail.ru

INV-Stroy, Pionerskaya ul., 6-30, Podolsk 142105, Russian Federation

Abstract. This article is a continuation of the author's previous article "Stages of stress-strain state of reinforced concrete beams with normal cracks in flat bending", published in the September issue of the journal "Industrial and Civil Engineering" for this year. A new mechanics of reinforced concrete beams with normal cracks under plane bending is proposed, eliminating the need to use the hypothesis of plane sections or the kinematic hypothesis of Timoshenko, based on the apparatus of modern structural mechanics and the division of rod elements into blocks, in places where normal cracks are formed. On the basis of the proposed mechanics of reinforced concrete beams with normal cracks under plane bending, the advantages of known calculation methods based on permissible stresses and ultimate forces, the diagram method and the limit equilibrium method are combined with the development of a universal method based on quasi-nonlinear stepwise calculation for solving problems of ultimate and serviceability limit states in mass design of buildings and structures.

Keywords: mechanics of reinforced concrete beams with cracks, height of compressed zone of concrete, new kinematic factor, stresses in compressed concrete, stresses in tensile reinforcement, " σ – ε " diagram for the extreme fiber of compressed concrete in beams

For citation: Pekin D. A. Mechanics of Reinforced Concrete Beams With Normal Cracks Under Flat Bending. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering], 2024, no. 10, pp. 12–23. (In Russ.).
doi: 10.33622/0869-7019.2024.10.12-23

Введение

Продолжая тему предыдущей статьи «Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе» [1], следует повторить, что для развития и совершенствования классических методов расчета стержневых изгибаемых железобетонных элементов требуется разработка новой механики изгиба железобетонных балок с нормальными трещинами, которая позволит исключить недос-

татки и объединить преимущества методов расчета по допускаемым напряжениям и предельным усилиям, диаграммного метода и метода предельного равновесия.

Современные методы расчета железобетонных балок с трещинами, предлагаемые различными авторами [2–10] на основе нелинейной деформационной модели (НДМ) и ее модификаций или более совершенных с применением физически нелинейных расчетов [11], не позволяют большинству

пользователей программных комплексов в процессе реального проектирования и выполнения нелинейных расчетов стержневых железобетонных конструкций (ЖБК) зданий и сооружений получить приемлемый результат в достаточно короткий промежуток времени и оценить достоверность полученной картины напряженно-деформированного состояния (НДС) без предварительного и самостоятельного изучения всех нюансов нелинейного анализа и калибровки расчетных моделей на базе экспериментальных данных.

Цель работы – предложить новую механику железобетонных балок с нормальными трещинами и объединить преимущества известных методов на основе квазилинейно-ступенчатого расчета в зависимости от стадий НДС.

Модели и методы

В развитие классических методов расчета, которые необходимо объединить на основе рассмотренной в предыдущей статье стадии II НДС и в качестве альтернативы текущей НДМ в СП 63.13330.2018 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» и ее модификаций предлагается следующая идеализированная расчетная модель железобетонной балки с трещинами при плоском изгибе на примере консольной балки, рассмотренной в статье [12], иллюстрируемая в сравнении с традиционными моделями на *рис. 1* и построенная на основе известного аппарата современной строительной механики стержневых систем, изложенного в гл. 8 книги [13]. На *рис. 1а* показана стержневая традиционная аналогия, условно состоящая из четырех стержней (общее число стержней может быть на порядок большим в связи с образованием большого количества нормальных трещин), два из которых № (2) и № (4) исчезающе малой длины для моделирования нормальных трещин, и четырех узлов, не считая заделки, как это принято в [13].

На *рис. 1б* показана блочно-стержневая модель, условно состоящая из двух блоков, по сути, полностью аналогичных стержням № (1) и № (3) традиционной модели, шести стержней (по три стержня для каждого нормального сечения) и условно аналогичного количества узлов в предположении, что каждая группа из двух горизонтальных и одного вертикального стержней с шарнирными узлами соответствует по отдельности стержням традиционной модели № (2) и № (4), исчезающе малой длины.

При этом в блочно-стержневой модели верхние горизонтальные шарнирные стержни моделируют растянутую продольную арматуру балки с равнодействующей N_{sb} , нижние горизонтальные шарнир-

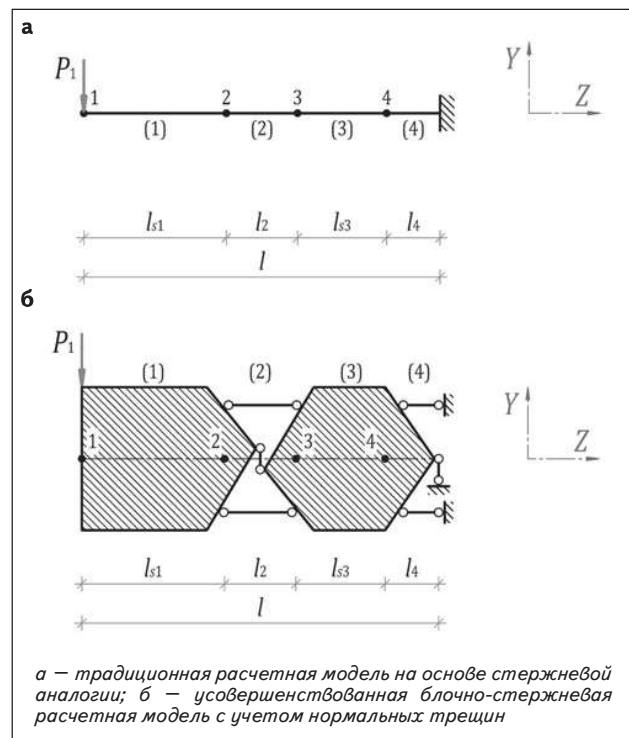


Рис. 1. Расчетные модели консольной балки

ные стержни моделируют сжатую зону бетона с равнодействующей N_{bj} , а вертикальные шарнирные стержни моделируют в балке передачу поперечной силы Q_{bj} , которая физически осуществляется через сжатую зону бетона. Вертикальные шарнирные стержни также можно представить в виде шарнирных узлов сопряжения блоков между собой при обеспечении возможности их линейного смещения относительно друг друга в этом условном узле.

Далее рассмотрим полную систему уравнений строительной механики для всех элементов расчетной модели, показанной на *рис. 1*, железобетонной балки с нормальными трещинами при плоском изгибе с учетом линейно-ступенчатого нагружения на основе стадий I и II (для каждого 1-го этапа) НДС, т. е. без учета развития пластических деформаций и ползучести, в матричной форме:

$$\begin{cases} A_{i1} \bar{S}_{i1} + \bar{P}_i = 0; & (1) \\ A_{i1}^T \bar{Z}_{i1} + \bar{\Delta}_{i1} = 0; & (2) \\ B_{i1} \bar{S}_{i1} + \bar{\Delta}'_{i1} = \bar{\Delta}_{i1}, & (3) \end{cases}$$

где A_{i1} – матрица уравнений равновесия; \bar{S}_{i1} – вектор внутренних сил; \bar{P}_i – вектор внешних сил; A_{i1}^T – матрица уравнений совместности; \bar{Z}_{i1} – вектор перемещений; $\bar{\Delta}_{i1}$ – вектор деформаций; B_{i1} – матрица жесткости; $\bar{\Delta}'_{i1}$ – вектор заданных деформаций, которые могут возникнуть за счет действия температуры, неточности изготовления и т. п.; везде индекс «1» обозначает каждый 1-й этап на каждой II стадии НДС, подробно рассмотренной в статье [1].

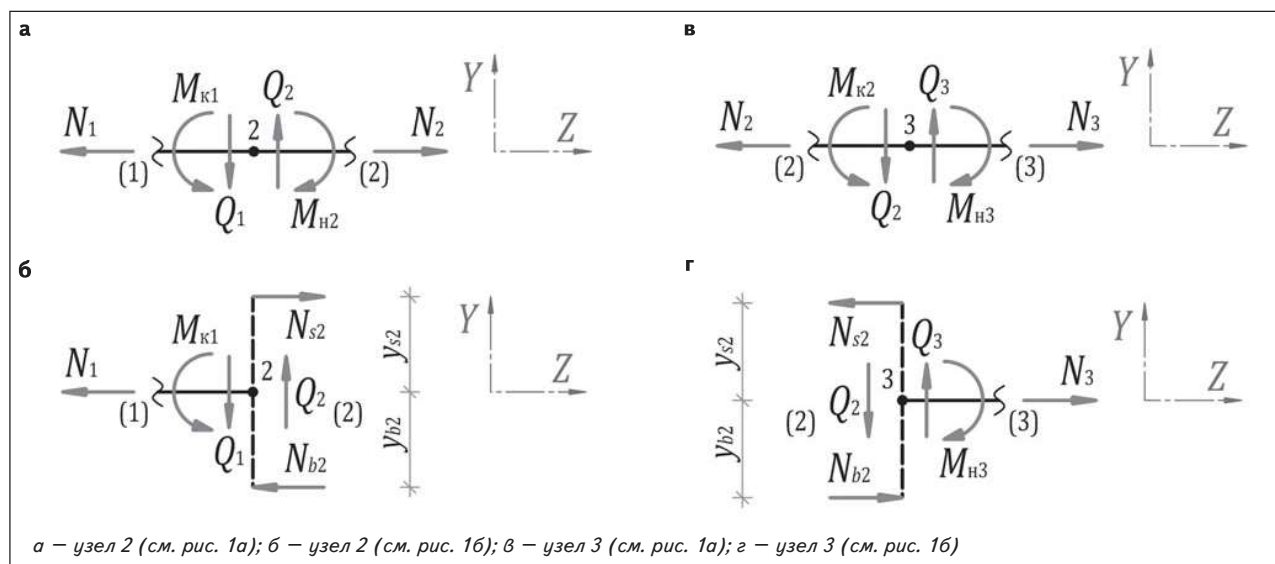


Рис. 2. Равновесие в узлах 2 и 3 для расчетных моделей, показанных на рис. 1

Также рассмотрим полную систему уравнений с учетом аналогичного линейно-ступенчатого нагружения на основе стадий II (для каждого 2-го этапа) и IV НДС, т. е. с учетом развития пластических деформаций и ползучести, в матричной форме:

$$\begin{cases} A_{i2} \bar{S}_{i2} + \bar{P}_i = 0; & (4) \\ A_{i2}^T \bar{Z}_{i2} + \bar{\Delta}'_{i2} = 0; & (5) \\ B_{i2} \bar{S}_{i2} + \bar{\Delta}'_{i2} = \bar{\Delta}_{i2}, & (6) \end{cases}$$

где A_{i2} и A_{i2}^T – матрицы уравнений равновесия и совместности; \bar{Z}_{i2} – вектор перемещений; $\bar{\Delta}'_{i2}$ – вектор деформаций; B_{i2} – матрица жесткости; $\bar{\Delta}'_{i2} = \bar{\Delta}'_{i1} + \bar{\Delta}'_{i2,pl}(P) + \bar{\Delta}'_{i2,cr}(P)$ – сумма векторов заданных деформаций, относительных деформаций пластичности и ползучести; $\bar{\Delta}'_{i2,pl}(P)$ – вектор относительных деформаций ползучести, вычисляемый по диаграмме « σ – ε », как разность соответствующих полных упруго-пластических деформаций и упругих (при нормальных напряжениях в сжатом бетоне каждого 1-го этапа σ_{bi1} и соответствующем векторе внешних сил \bar{P}_i); $\bar{\Delta}'_{i2,cr}(P)$ – вектор относительных деформаций ползучести, вычисляемый на основе диаграммы ползучести сжатого бетона и зависящий от возраста и уровня напряжений на стадии II.3 (при нормальных напряжениях в сжатом бетоне σ_{b32} и соответствующем векторе внешних сил \bar{P}_3); везде индекс «2» обозначает каждый 2-й этап на каждой II стадии НДС.

Разделение полной системы уравнений строительной механики, состоящей из уравнений равновесия (1, 4), геометрических уравнений (2, 5) и физических уравнений (3, 6), для железобетонной балки с нормальными трещинами при плоском изгибе, выполненное выше, сделано условно, только для повышения наглядности соответствия II стадии НДС, рассмотренной в статье [1]. Понятно, что выполнение такого квазинелинейно-ступенчатого расчета «вручную», например смешанным методом

классической строительной механики, предложенным проф. А. А. Гвоздевым еще в 1927 г. и позволившим существенно сократить количество неизвестных в системе уравнений по сравнению с методами сил и перемещений (см. параграф 7.12 [13]), даже для простой консольной балки, рассмотренной в статье [12], практически невозможно, но с использованием современной вычислительной техники и программирования эта задача может быть успешно решена.

Очевидно, что матрицы уравнений равновесия A , уравнений совместности A^T и жесткости B для стержней № (2) и № (4) в расчетной модели (см. рис. 1а), необходимо преобразовать с учетом предложенной трансформации (см. рис. 1б), когда вместо одного стержня с жесткими концами и тремя внутренними усилиями (N_j, Q_j, M_{kj}) будут использоваться три шарнирных стержня, каждый только с одним внутренним усилием (N_{sj}, Q_j, N_{bj}). Для начала преобразуем известные физические уравнения отдельно взятого стержня, приведенные проф. Н. Н. Шапошниковым в параграфе 8.4 [13], которые получены на основе интеграла Мора с использованием формулы Симпсона и используются для обычных стержней № (1) и № (3) (см. рис. 1а) и блоков № (1) и № (3) (см. рис. 1б):

$$\bar{\Delta}_j = b_j \bar{s}_j, \quad (7)$$

$$\text{где } \bar{\Delta}_j = \begin{bmatrix} \Delta_j \\ \Delta\varphi_{vj} \\ \Delta\varphi_{kj} \end{bmatrix}, b_j = \begin{bmatrix} \frac{l_j}{E_{bj} F_{bj}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_j}{3E_{bj} I_{bj}} & \frac{l_j}{6E_{bj} I_{bj}} \\ 0 & \frac{l_j}{6E_{bj} I_{bj}} & \frac{l_j}{3E_{bj} I_{bj}} \end{bmatrix}, \bar{s}_j = \begin{bmatrix} N_j \\ M_{vj} \\ M_{kj} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

Δl_j – удлинение или укорочение j -го стержня; $\Delta\varphi_{nj}$ – угол поворота начала j -го стержня; $\Delta\varphi_{kj}$ – угол поворота конца j -го стержня; l_j – длина j -го стержня; E_{bj} – начальный модуль упругости бетона j -го стержня без учета нормальной трещины; I_{bj} – момент инерции сечения бетона j -го стержня; N_j – продольное внутреннее усилие в j -м стержне; M_{nj} – изгибающий момент в начале j -го стержня; M_{kj} – изгибающий момент в конце j -го стержня.

Выразим M_{nj} через поперечную силу Q_j , действующую в j -м стержне, и M_{kj} :

$$M_{nj} = M_{kj} - Q_j l_j. \quad (9)$$

Затем, подставив выражение (9) в формулы (8.43) и (8.44) из [13], получим:

$$\Delta\varphi_{nj} = -\frac{l_j^2}{3E_{bj}I_{bj}}Q_j + \frac{l_j}{2E_{bj}I_{bj}}M_{kj}; \quad (10)$$

$$\Delta\varphi_{kj} = -\frac{l_j^2}{6E_{bj}I_{bj}}Q_j + \frac{l_j}{2E_{bj}I_{bj}}M_{kj}, \quad (11)$$

и перепишем векторы и матрицу $\bar{\Delta}_j$, b_j , \bar{s}_j формулы (8) с учетом выражений (10, 11):

$$\bar{\Delta}_j = \begin{bmatrix} \Delta l_j \\ \Delta\varphi_{nj} \\ \Delta\varphi_{kj} \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$b_j = \begin{bmatrix} \frac{l_j}{E_{bj}F_{bj}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{l_j^2}{3E_{bj}I_{bj}} & \frac{l_j}{2E_{bj}I_{bj}} \\ 0 & -\frac{l_j^2}{6E_{bj}I_{bj}} & \frac{l_j}{2E_{bj}I_{bj}} \end{bmatrix}; \quad \bar{s}_j = \begin{bmatrix} N_j \\ Q_j \\ M_{kj} \end{bmatrix}.$$

После проведения трансформации, компоненты физических уравнений (12) для групповых идеализированных стержней № (2) и № (4), состоящих каждый из трех шарнирных стержней и показанных на рис. 1б, можно записать следующим образом:

$$\bar{\Delta}_j = \begin{bmatrix} \Delta l_{sj} \\ \Delta l_{Qj} \\ \Delta l_{bj} \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$b_j = \begin{bmatrix} \frac{l_{sj}}{E_{sj}A_{sj}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_{Qj}}{E_{bj}F_{bj}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_{bj}}{E_{bj}A_{bj}} \end{bmatrix}; \quad \bar{s}_j = \begin{bmatrix} N_{sj} \\ Q_j \\ N_{bj} \end{bmatrix}.$$

При этом для большинства балок изменением длины вертикального стержня Δl_{Qj} можно пренебречь, поскольку влияние поперечных сил на прогиб тем меньше, чем меньше отношение высоты балки к пролету (см. последний пример в параграфе 5.4 [13]).

На рис. 2 показаны узлы 2 и 3 с внутренними усилиями в стержнях № (1), (2) и (3) для расчетных моделей на рис. 1, находящимися в равновесии.

Построим сначала матрицу уравнений равновесия A железобетонной балки с нормальными трещинами, показанной на рис. 1а, с учетом выражения (8) (см. матрицу 1) или с учетом выражения (12), где $Q_j = (M_{kj} - M_{nj})/l_j$ (см. матрицу 2), и матрицу уравнений равновесия A балки, показанной на рис. 1б, с учетом выражения (13) (см. матрицу 3), где $y_{s2} + y_{b2} = y_2$ – плечо внутренней пары сил N_{s2} и N_{b2} стержня № (2); y_{s2} и y_{b2} – расстояния от центра условного поперечного сечения стержня № (2) до сил N_{s2} и N_{b2} соответственно; $y_{s4} + y_{b4} = y_4$ – плечо внутренней пары сил N_{s4} и N_{b4} стержня № (4); y_{s4} и y_{b4} – расстояния от центра условного поперечного сечения стержня № (4) до сил N_{s4} и N_{b4} соответственно.

Как известно, матрица уравнений совместности A^T определяется путем транспонирования матрицы уравнений равновесия A на основе принципа двойственности (см. параграф 8.3 [13]), который сохраняется и в данном случае. Следует также отметить, что при наличии дополнительной продольной арматуры в сжатой или растянутой зонах нормального сечения количество внутренних усилий N_{sj} увеличивается и матрица A на основе выражения (13) дополняется новыми столбцами. При этом в каждом нормальном сечении в рамках соответствующего этапа НДС новые внутренние усилия N_{sji} и N_{sbji} связаны с основными внутренними усилиями N_{sj} и N_{bj} соответственно на основе пропорциональности в зависимости от положения по высоте в нормальном сечении. Очевидно, что матрица b_j в выражении (13) сохраняет свою квазидиагональную структуру, а векторы $\bar{\Delta}_j$ и \bar{s}_j дополняются соответствующими приращениями длин шарнирных стержней Δl_{sji} , Δl_{sbji} и возникающих в них усилий N_{sji} , N_{sbji} .

При использовании метода перемещений для расчета стержневых систем, когда уравнения (3) и (6) вначале подставляются в соответствующие уравнения (2) и (5) для определения вектора \bar{S}_i и дальнейшей его подстановки в уравнения (1) и (4), требуется вычислить обратную матрицу B^{-1} , которая имеет квазидиагональную структуру и состоит уже из блоков обратных матриц b_j^{-1} , легко вычисляемых в данном случае и поэтому не приводимых далее. Следует отметить, что метод переме-

щений в этом случае больше подходит для реализации новой механики железобетонной балки с трещинами, поскольку позволяет определять перемещения узлов для разных этапов II стадии НДС, а после этого – внутренние усилия на основе универсального *кинематического фактора* k_{i1} (при увеличении нагрузки) и k_{i2} (рост пластических деформаций и ползучести), где индекс «*i*» это этап II стадии НДС. Для вычисления эквивалента треугольной эпюры сжатой зоны бетона и определения площади, в которой нормальные напряжения распределяются равномерно по высоте, используются формулы (17–20), приведенные далее.

Понятно, что в общем случае для II и IV стадий НДС железобетонной балки с нормальными трещинами требуется учитывать изменение матриц уравнений равновесия A и совместности A^T на каждом этапе нагружения по аналогии с вычислением касательной матрицы K_T , которая рассмотрена в параграфе 10.2 [13] и равна сумме матриц $K_1(\bar{Z})$, учитывающей изменение геометрии, и $K_2(\bar{S})$, учитывающей наличие усилий. Возможно, как и для большинства подобных конструкций, в которых можно не учитывать деформированное состояние, в данном случае при исчезающе малой длине и с учетом малости углов поворотов шарнирных стержней, моделирующих нормальную трещину и показанных на рис. 16, сделать следующее допущение – не учитывать изменение матриц A и A^T на различных этапах нагружения при получении результатов расчета перемещений (прогибов), близких к натурным экспериментам.

Далее, для решения системы уравнений (1–6) необходимо определить начальную длину элементов сжатого бетона l_{bj} и растянутой арматуры l_{sj} , входящую в

Матрица 1

№ узла	\bar{s}_1			\bar{s}_2			\bar{s}_3			\bar{s}_4			\bar{P}_i
	N_1	M_{H1}	M_{K1}	N_2	M_{H2}	M_{K2}	N_3	M_{H3}	M_{K3}	N_4	M_{H4}	M_{K4}	
1	ΣZ												
	ΣY												$-P_1$
	ΣM												
2	ΣZ												
	ΣY												
	ΣM			-1	1								
3	ΣZ												
	ΣY												
	ΣM					-1	1						
4	ΣZ												
	ΣY												
	ΣM								-1	1			

Матрица 2

№ узла	\bar{s}_1			\bar{s}_2			\bar{s}_3			\bar{s}_4			\bar{P}_i
	N_1	Q_1	M_{K1}	N_2	Q_2	M_{K2}	N_3	Q_3	M_{K3}	N_4	Q_4	M_{K4}	
1	ΣZ												
	ΣY	1											$-P_1$
	ΣM												
2	ΣZ												
	ΣY	-1		1									
	ΣM			-1									
3	ΣZ												
	ΣY				-1		1						
	ΣM					-1							
4	ΣZ												
	ΣY							-1		1			
	ΣM								-1				

Матрица 3

№ узла	\bar{s}_1			\bar{s}_2			\bar{s}_3			\bar{s}_4			\bar{P}_i
	N_1	Q_1	M_{K1}	N_{s2}	Q_2	N_{b2}	N_3	Q_3	M_{K3}	N_{s4}	Q_4	N_{b4}	
1	ΣZ												
	ΣY	1											$-P_1$
	ΣM												
2	ΣZ			1		-1							
	ΣY	-1			1								
	ΣM			-1	y_{s2}	y_{b2}							
3	ΣZ				-1	1							
	ΣY					-1		1					
	ΣM				$-y_{s2}$	$-y_{b2}$							
4	ΣZ									1		-1	
	ΣY								-1		1		
	ΣM									-1	y_{s4}	y_{b4}	

выражение (13), на основе предельной сжимаемости бетона с учетом пластических деформаций и ползучести, а также выбрать приемлемые диаграммы « σ – ε » для выполнения квазинелинейно-ступенчатого расчета. Кусочно-линейные или криволинейные диаграммы « σ – ε » для бетона и стали, регламентированные СП 63.13330, не подходят для данной цели, поскольку имеют горизонтальные или ниспадающие участки пластических деформаций и вызывают трудности нахождения решения при выполнении комплексных физически нелинейных расчетов конструктивных систем, в связи с чем применяются различные преобразования, например аппроксимация Анри Паде. Для сжатого бетона можно предложить модификацию диаграммы « σ – ε », приведенную в п. 3.1.7 Еврокода 2 и используемую для расчета нормальных сечений, но с заменой ε_{c2} на ε_{cu2} и далее ε_{cu2} на ε_{b2} (на предельную относительную деформацию по табл. 6.10 СП 63.13330, т. е. с учетом продолжительного действия нагрузки), тогда получим полную продольную относительную деформацию крайней фибры сжатой зоны бетона на 2-м этапе каждой стадии II НДС:

$$\varepsilon_{b2} = \varepsilon_{b2} \left(1 - n \sqrt{1 - \frac{\sigma_{bi1}}{R_b}} \right), \quad (14)$$

где ε_{b2} – предельная относительная деформация бетона при сжатии с учетом нагрузок продолжительного действия; $n = 2$ для бетонов классов В60 и ниже, при увеличении класса бетона n снижается по аналогии с табл. 3.1 Еврокода 2; σ_{bi1} – нормальные напряжения в сжатом бетоне, полученные на соответствующем 1-м этапе стадий II НДС, рассмотренных ранее в статье [1].

Для растянутой арматуры диаграмму « σ – ε » можно принять билинейной на основе п. 6.2.14 СП 63.13330 и аппроксимации Анри Паде после корректировки значений предельных относительных деформаций $\varepsilon_{s2} = 0,025$ или $\varepsilon_{s2} = 0,015$ для двухлинейной или трехлинейной диаграмм соответственно, на основе экспериментов или с заменой горизонтального сегмента на наклонный (т. е. с некоторым упрочнением) и ε_{s2} на ε_{ud} , определяемый согласно п. 3.2.7 Еврокода 2.

Длина сжатых элементов l_{bj} вычисляется на основе предельной относительной деформации сжатого бетона ε_{b2} на стадии IV и среднеарифметической длины двух смежных с нормальной трещиной элементов l_{sj-1} и l_{sj+1} (например № (1) и № (3) на рис. 1), полученной на основе деформационного критерия в статье [12] по формуле

$$l_{bi} = \varepsilon_{b2} (l_{sj-1} + l_{sj+1}) / 2. \quad (15)$$

Длина растянутых элементов l_{sj} вычисляется на основе продольной относительной деформации в

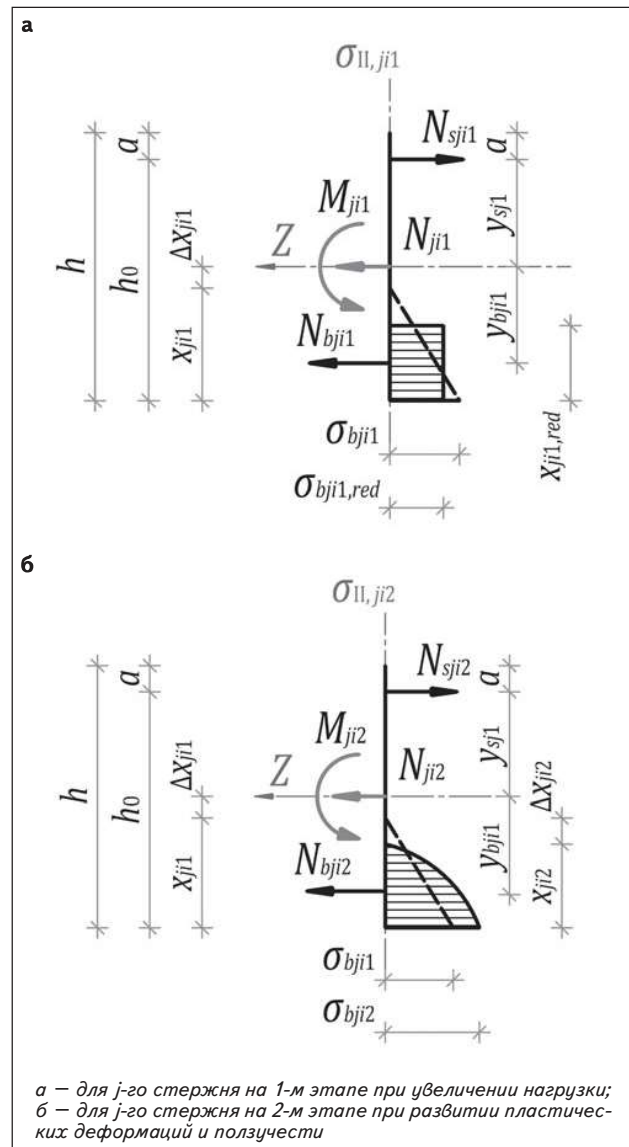


Рис. 3. Эпюры нормальных напряжений сжатой зоны бетона

сжатом бетоне ε_{b0} на стадии II.0 (в момент образования нормальных трещин) и среднеарифметической длины двух смежных с нормальной трещиной элементов l_{sj-1} и l_{sj+1} :

$$l_{si} = \varepsilon_{b0} (l_{sj-1} + l_{sj+1}) / 2. \quad (15)$$

Очевидно, что l_{bj} и l_{sj} не могут быть одинаковыми, и на рис. 1б они показаны равной длины условно, для наглядности. Таким образом, стержни l_{bj} (l_{sbji}), моделирующие сжатый бетон (арматуру), и растянутые стержни l_{sj} (l_{sjji}), моделирующие крайнюю (следующих рядов) арматуру, имеют разную длину, укорачиваются и удлиняются в сжатой и растянутой зонах нормального сечения в разной степени, т. е. без учета гипоте-

зы плоских сечений или кинематической гипотезы Тимошенко.

Кроме того, для выполнения квазинелинейно-ступенчатого расчета на основе уравнений (1–6) необходимо условно перейти от треугольной эпюры сжатой зоны бетона к равнодействующей прямоугольной эпюре для определения площади сжатой зоны бетона A_{bj} в выражении (13) на основе статического эквивалента с помощью формул:

$$N_{bji} = \sigma_{bji} b x_{ji} / 2; \quad (17)$$

$$N_{bji} = \sigma_{bji,red} b x_{ji,red}; \quad (18)$$

$$x_{ji,red} = 2x_{ji} / 3; \quad (19)$$

$$A_{bji} = x_{ji,red} b = 2x_{ji} b / 3, \quad (20)$$

где x_{ji} и σ_{bji} – фактические высота треугольной эпюры и нормальные напряжения в крайней фибре сжатого бетона j -го стержня, соответствующие 1-му этапу каждой стадии II НДС; $x_{ji,red}$ и $\sigma_{bji,red}$ – приведенные эквивалентные высота прямоугольной эпюры сжатой зоны и равномерно распределенные по ней нормальные напряжения бетона j -го стержня, соответствующие 1-му этапу каждой стадии II НДС и графической иллюстрации на *рис. 3*.

Таким образом, при выполнении квазинелинейно-ступенчатого расчета используются приведенные характеристики $x_{ji,red}$ и $\sigma_{bji,red}$, а для определения на основе диаграмм « σ – ε » полных относительных продольных деформаций сжатого бетона ε_{bji2} , соответствующих 2-му этапу каждой стадии II НДС, снова вычисляются характеристики треугольной эпюры нормальных напряжений x_{ji1} и σ_{bji1} , к которым далее применяется *кинематический фактор* k_{ji2} для определения снижения высоты сжатой зоны бетона.

В завершение осталось сформулировать универсальный *кинематический фактор* k_{ji1} (при увеличении нагрузки) и k_{ji2} (рост пластических деформаций и ползучести), где i – разновидность II стадии НДС; j – номер стержня, моделирующего нормальную трещину; цифра 1 – 1-й этап стадии II.i НДС; цифра 2 – 2-й этап стадии II.i НДС. Для определения k_{ji2} рассмотрим эпюры относительных продольных деформаций сжатой зоны бетона со значениями на крайней фибре в упругой и упругопластической стадиях ε_{bji1} и $\varepsilon_{bji(1-2)}$ (на *рис. 4a*) соответственно и запишем следующие формулы:

$$\operatorname{tg} \gamma_{bji1} = \varepsilon_{bji1} / x_{ji1}, \quad (21)$$

где ε_{bji1} и x_{ji1} – относительная продольная упругая деформация крайней фибры сжатой зоны, соответствующая σ_{bji1} , и высота треугольной эпюры бетона перед каждым 2-м этапом стадии II.i НДС; γ_{bji1} – угол наклона эпюры в упругой стадии;

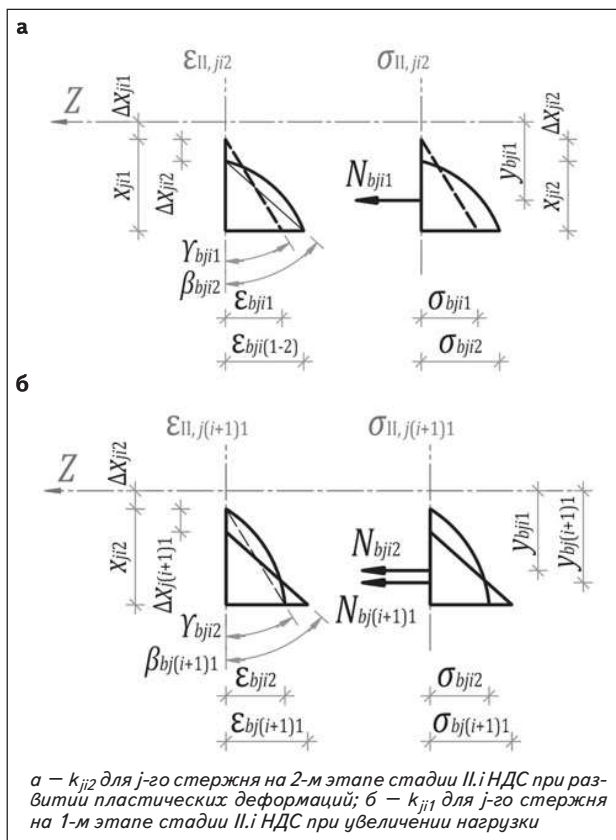


Рис. 4. Кинематический фактор изменения высоты сжатой зоны бетона k_{ji2} и k_{ji1}

$$\operatorname{tg} \beta_{bji2} = \varepsilon_{bji(1-2)} / x_{ji2} = \varepsilon_{bji(1-2)} / (x_{ji1} - \Delta x_{ji2}), \quad (22)$$

где $\varepsilon_{bji(1-2)}$ и $x_{ji2} = (x_{ji1} - \Delta x_{ji2})$ – полная продольная относительная деформация крайней фибры сжатой зоны, соответствующая σ_{bji1} , и высота криволинейной эпюры бетона на каждом 2-м этапе стадии II.i НДС; β_{bji2} – угол наклона отрезка, соединяющего крайние точки криволинейной эпюры в упругопластической стадии.

Примем следующее допущение для определения *кинематического фактора* k_{ji2} : высота сжатой зоны бетона x_{ji2} на каждом 2-м этапе стадии II.i НДС определяется на основе полной относительной деформации крайней фибры сжатой зоны бетона $\varepsilon_{bji(1-2)}$, длины $l_{sj,min}$, соответствующей меньшему из двух смежных с нормальной трещиной элементов, и приращения угла наклона $\varphi_{ji(1-2)}$ его продольной оси между 1-м и 2-м этапами стадии II.i НДС, полученного на основе решения систем уравнений (1–3) и (4–5) соответственно, с учетом следующих преобразований:

$$\varphi_{ji(1-2)} = \beta_{bji2} - \gamma_{bji1} \rightarrow \beta_{bji2} = \gamma_{bji1} + \varphi_{ji(1-2)}. \quad (23)$$

Тогда искомая высота сжатой зоны бетона x_{ji2} на каждом 2-м этапе стадии II.i НДС с учетом (22) и (23) вычисляется по формуле

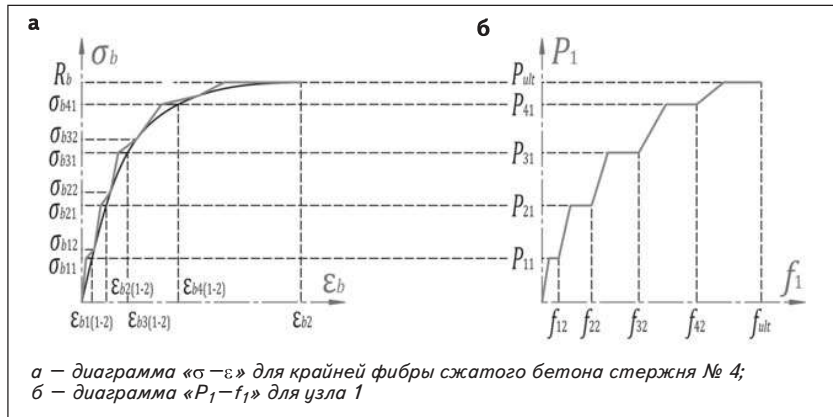


Рис. 5. Диаграммы « σ – ε » на основе формулы (14) для стержня № 4 и « P_1 – f_1 » для узла 1 на рис. 1 при выполнении квазинелинейно-ступенчатого расчета

$$x_{ji2} = \frac{\varepsilon_{bji(1-2)}}{\operatorname{tg}\beta_{bji2}} = \frac{\varepsilon_{bji(1-2)}}{\operatorname{tg}(\gamma_{bji1} + \varphi_{ji(1-2)})} = \quad (24)$$

$$= \frac{\varepsilon_{bji(1-2)}(1 - \operatorname{tg}\gamma_{bji1} \operatorname{tg}\varphi_{ji(1-2)})}{\operatorname{tg}\gamma_{bji1} + \operatorname{tg}\varphi_{ji(1-2)}} =$$

$$= \frac{\varepsilon_{bji(1-2)}(x_{ji1} l_{sj,\min} - \varepsilon_{bji1} \Delta f_{ji(1-2)})}{\varepsilon_{bji1} l_{sj,\min} + x_{ji1} \Delta f_{ji(1-2)}}$$

где $\operatorname{tg}\varphi_{ji(1-2)} = \Delta f_{ji(1-2)} / l_{sj,\min}$ – тангенс приращения угла наклона $\varphi_{ji(1-2)}$ продольной оси смежного с нормальной трещиной элемента меньшей длины $l_{sj,\min}$ между 1-м и 2-м этапами стадии II.i НДС, полученного на основе решения систем уравнений (1–3) и (4–5); $\Delta f_{ji(1-2)}$ – разница прогибов между началом и концом j -го стержня, определяемая на 1-м и 2-м этапах стадии II.i НДС.

Аналогично определяется следующий *кинематический фактор* k_{ji1} с учетом относительных продольных деформаций сжатой зоны бетона ε_{bji2} на предыдущем этапе и увеличения до $\varepsilon_{bji(i+1)1}$ на следующем этапе в связи с приращением нагрузки (см. рис. 4б), по формуле (25) с взаимной перестановкой индексов 1 и 2:

$$x_{ji1} = \frac{\varepsilon_{bji(i+1)1}}{\operatorname{tg}\beta_{bji1}} = \frac{\varepsilon_{bji(i+1)1}}{\operatorname{tg}(\gamma_{bji2} + \varphi_{ji(2-1)})} = \quad (25)$$

$$= \frac{\varepsilon_{bji(i+1)1}(1 - \operatorname{tg}\gamma_{bji2} \operatorname{tg}\varphi_{ji(2-1)})}{\operatorname{tg}\gamma_{bji2} + \operatorname{tg}\varphi_{ji(2-1)}} =$$

$$= \frac{\varepsilon_{bji(i+1)1}(x_{ji2} l_{sj,\min} - \varepsilon_{bji2} \Delta f_{ji(2-1)})}{\varepsilon_{bji2} l_{sj,\min} + x_{ji2} \Delta f_{ji(2-1)}}$$

Таким образом, уменьшение высоты сжатой зоны бетона *кинематически* связывается с развитием пластических деформаций или деформаций ползучести без увеличения плеча и с увеличением прогибов либо с приращением внешней нагрузки, увеличением плеча и прогибов.

Результаты исследования и их анализ

Отдельно следует обратить внимание на то, что диаграмма « σ – ε » для крайней фибры сжатой зоны бетона при изгибе железобетонной балки отличается от аналогичной диаграммы при одноосном сжатии бетонной призмы, кубика или цилиндра, поскольку на ней будут образовываться диагональные скачки нормальных напряжений от σ_{b11} до σ_{b12} в связи с развитием пластических деформаций на каждом 2-м этапе стадии II.i НДС и ползучести на стадии II.4 в сжатой зоне бетона вместе с уменьшением

высоты сжатой зоны за счет *кинематического фактора*. Это проиллюстрировано на рис. 5 (на оси продольных относительных деформаций условно показаны значения $\varepsilon_{bji(1-2)}$ только для каждого 2-го этапа стадии II.i НДС без учета снижения высоты сжатой зоны бетона). Кроме того, можно сделать важное предположение, что форма или вид общеизвестных диаграмм « σ – ε » сжатого бетона для железобетонных балок не имеет решающего значения для определения НДС по сравнению с бетонными балками и конструкциями.

Заключительные положения, следствия и комментарии

1. Последовательность квазинелинейно-ступенчатого расчета:

1.1. Выполнение традиционного линейного упругого расчета на комбинацию вертикальных постоянных и кратковременных нагрузок для определения и задания параметров армирования балок в первом приближении.

1.2. Выполнение традиционного линейного расчета при действии постоянных нагрузок от собственного веса балки и других конструкций, соответствующего стадиям I, II.0–II.2 НДС, для определения положения нормальных трещин по длине балки на основе деформационного критерия в статье [12], минимального нагрузочного эффекта $M_{j1} = M_{j,\text{cre}}$ для определения вектора \bar{P}_1 , соответствующего высоте сжатой зоны бетона $x_{j11} \cong h/2$ и глубине нормальной трещины $y_{j11,\text{cre}} \cong y_{jt} \cong h/2$ согласно указаниям в статье [1], добавления спаренных промежуточных узлов и групп шарнирных стержней, моделирующих нормальные сечения с трещинами, формирования матриц A_{11} , A_{11}^T и B_{11} на основе параметров l_{bji1} , y_{bji1} , l_{sj11} , y_{sj11} , $x_{j11,\text{red}}$ и A_{bji1} по формулам (15–20).

1.3. Выполнение этапа II.1.1 нелинейно-ступенчатого

того расчета с нагрузками на стадиях I и II.1 НДС в виде вектора \bar{P}_1 и матриц A_{11} , A_{11}^T и B_{11} путем решения системы уравнений (1–3) для определения векторов \bar{S}_{11} , $\bar{\Delta}_{11}$, \bar{Z}_{11} и их параметров в нормальных сечениях с трещинами $N_{sj11} = N_{bj11}$, σ_{sj11} , Δl_{sj11} , $\sigma_{bj11,red}$, Δl_{bj11} , f_{j11} для последующего возможного уточнения эквивалентных характеристик σ_{bj11} , ε_{bj11} и x_{j11} по формулам (17–20), относительной продольной деформации в крайней фибре сжатого бетона $\varepsilon_{bj1(1-2)}$ и секущего модуля деформаций $E_{bj1(1-2)}$ с учетом пластической работы по диаграмме « σ – ε » и формуле (14), нахождения других параметров формулы (24) для определения x_{j12} на основе *кинематического фактора* k_{j12} (рост пластических деформаций) и формирования матриц A_{12} , A_{12}^T и B_{12} (замена E_{bj11} на E_{bj12}) для следующего этапа расчета.

1.4. Выполнение этапа II.1.2 нелинейно-ступенчатого расчета на основе результатов вычислений предыдущего этапа II.1.1 с матрицами A_{12} , A_{12}^T , B_{12} и вектором \bar{P}_1 путем решения системы уравнений (4–6) для определения векторов \bar{S}_{12} , $\bar{\Delta}_{12}$, \bar{Z}_{12} и их параметров в нормальных сечениях с трещинами $N_{sj12} = N_{bj12} + N_{j12}$, σ_{sj12} , Δl_{sj12} , $\sigma_{bj12,red}$, Δl_{bj12} , f_{j12} и формирования матриц A_{13} , A_{13}^T и B_{13} (с учетом замены на $x_{j12,red}$, A_{bj12}) для следующего этапа расчета.

1.5. Выполнение этапа II.2.0 нелинейно-ступенчатого расчета с нагрузками на стадии II.2 НДС в виде вектора \bar{P}_2 и матриц A_{13} , A_{13}^T , B_{13} путем решения системы уравнений (1–3) для определения векторов \bar{S}_{20} , $\bar{\Delta}_{20}$, \bar{Z}_{20} и их параметров в нормальных сечениях с трещинами $N_{sj20} = N_{bj20} + N_{j20}$, σ_{sj20} , Δl_{sj20} , $\sigma_{bj20,red}$, Δl_{bj20} , f_{j20} для последующего определения эквивалентных характеристик: σ_{bj20} , ε_{bj20} и других параметров формулы (25) для определения x_{j21} на основе *кинематического фактора* k_{j21} (при увеличении нагрузки) и формирования матриц A_{21} , A_{21}^T и B_{21} (с учетом замены на $x_{j21,red}$, A_{bj21}) для следующего этапа расчета.

1.6. Выполнение этапа II.2.1 нелинейно-ступенчатого расчета на основе результатов вычислений предыдущего этапа II.2.0 с матрицами A_{21} , A_{21}^T и B_{21} путем решения системы уравнений (1–3) для определения векторов \bar{S}_{21} , $\bar{\Delta}_{21}$, \bar{Z}_{21} и их параметров в нормальных сечениях с трещинами $N_{sj21} = N_{bj21} + N_{j21}$, u_{bj21} (корректировка положения равнодействующей в бетоне N_{bj21} по высоте сечения), σ_{sj21} , Δl_{sj21} , $\sigma_{bj21,red}$, Δl_{bj21} , f_{j21} для последующего определения эквивалентных характеристик σ_{sj21} и σ_{bj21} , ε_{sj21} и ε_{bj21} , x_{j21} по формулам (17–20), относительной продольной деформации в крайней фибре сжатого бетона $\varepsilon_{bj2(1-2)}$ и секущего модуля деформаций $E_{bj2(1-2)}$ с учетом пластической работы по диаграмме « σ – ε » и формулы (14), а так-

же других параметров формулы (24) для определения x_{j22} на основе *кинематического фактора* k_{j22} (рост пластических деформаций) и формирования матриц A_{22} , A_{22}^T и B_{22} (замена E_{bj21} на E_{bj22}) для следующего этапа расчета.

1.7. Выполнение этапа II.2.2 нелинейно-ступенчатого расчета на основе результатов вычислений предыдущего этапа II.2.1 с матрицами A_{22} , A_{22}^T и B_{22} и вектором \bar{P}_2 путем решения системы уравнений (4–6) для определения векторов \bar{S}_{22} , $\bar{\Delta}_{22}$, \bar{Z}_{22} и их параметров в нормальных сечениях с трещинами $N_{sj22} = N_{bj22} + N_{j22}$, σ_{sj22} , Δl_{sj22} , $\sigma_{bj22,red}$, Δl_{bj22} , f_{j22} и формирования матриц A_{23} , A_{23}^T и B_{23} (с учетом замены на $x_{j22,red}$, A_{bj22}) для следующего этапа расчета.

1.8. Повторение этой процедуры для каждой последующей стадии НДС II.3, II.4.1 и далее II.4.2 или наоборот II.4.2 и далее II.4.1, с возможным переходом на стадию IV, при этом с учетом действующих на каждом 2-м этапе стадии II.i НДС равнодействующих усилий в бетоне и арматуре $N_{sji} = N_{bji} + N_{jji}$ изменения модулей деформаций бетона E_{bji} и арматуры $E_{sji,IV}$ (на стадии IV), уменьшения высоты сжатой зоны бетона до x_{ji1} (при увеличении нагрузки) и до x_{ji2} (рост пластических деформаций и ползучести) на основе *кинематического фактора* k_{ji1} и k_{ji2} соответственно.

2. Вертикальные перемещения смежных узлов, например 2 и 3 на *рис. 1*, условных стержней, моделирующих нормальную трещину, равны между собой, т. е. влияние поперечной силы на определение прогибов не учитывается.

3. Изогнутая продольная ось железобетонной балки с нормальными трещинами представляет собой кусочно-гладкую кривую с точками перегиба в местах нормальных сечений с трещинами или условных стержней исчезающе малых размеров (см. стержни № (2) и № (4) на *рис. 1*), которая не меняет свое положение по высоте сечения и не является подобием синусоиды, как на *рис. 15* в работе [14], получаемой при использовании гипотезы плоских сечений и предположений в разд. 6 гл. 1 книги [14].

4. Для выполнения квазинелинейно-ступенчатого расчета используются диаграммы « σ – ε » с нормативными характеристиками материалов на основе аргументов, предложенных авторами статьи [15].

5. Критерием разрушения нормального сечения с трещиной по I группе предельных состояний на стадии IV НДС для статически определимой балки будут служить:

- либо достижение напряжениями в растянутой продольной арматуре расчетного сопротивления $\sigma_{sj,IV} = R_s$;
- либо достижение нормальными приведенными напряжениями в сжатой зоне бетона (с прямоуголь-

ной эпюрой) по аналогии с формулой (18) расчетного сопротивления $\sigma_{bj,IV,red} = R_b$.

6. Критериями по ограничениям трещиностойкости и прогибов железобетонной балки по II группе предельных состояний на стадии II.4 НДС будут служить:

- достижение удлинений Δl_{sj} в растянутой продольной арматуре своих предельных значений $a_{crc} = a_{crc,ult}$ в зависимости от продолжительности действия нагрузок;
- достижение прогибов f_{ji} балки своих предельных значений $f_{ji} = f_{ult}$ в зависимости от продолжительности действия нагрузок.

7. Применительно к неразрезным железобетонным балкам, в которых возникает «перераспределение» изгибающих моментов, критериями разрушения будут являться условия из п. 5, но уже для нормального сечения в пролетной части балки, а в опорных частях учитывается дальнейшее развитие пластических деформаций. Кроме того, как отмечено в статье [12], при определении ширины раскрытия нормальных трещин на опорах базовое расстояние для первой в заделке и второй от заделки нормальных трещин отличается в 2 раза, т. е. для первой трещины оно должно приниматься равным $l_{sj}/2$. Таким образом, ширина раскрытия нормальной трещины вполне может удовлетворять требованиям II группы предельных состояний.

8. Требуется проверка и при необходимости уточнение отдельных положений на основе имеющихся результатов экспериментов статически определенных и неопределенных балок. Возможно, упрощенная процедура квазилинейно-ступенчатого расчета на основе наблюдения за результатами экспериментов, описанного в работе проф. В. И. Мурашева [14, разд. 4а], о сравнительно быстром достижении нормальными трещинами некоторой предельной величины и малом удлинении до начала разрушения, позволит достичь удовлетворительных результатов при постоянной высоте сжатой зоны бетона, полученной из условий равновесия в предельной стадии, и без использования предложенных *кинематических факторов* k_{ji1} и k_{ji2} .

9. В заключение необходимо особо отметить труды профессоров Н. Н. Шапошникова и А. В. Даркова в подготовке книги [13], позволяющей самостоятельно изучать основы современной строительной механики, развивать инженерную интуицию и навыки расчетов строительных конструкций на основе классической строительной механики и высоко оценить результат их совместной работы, отнеся учебник к золотой коллекции научно-образовательной литературы советской инженерной школы.

Выводы

1. Предложенный метод по сравнению:

- с *методом расчета по допускаемым напряжениям* позволит учитывать пластическую работу сжатого бетона и корректно определять высоту сжатой зоны бетона;
- с *методом предельных усилий* даст возможность определять НДС до начала приложения разрушающих нагрузок, что является основой для более корректного учета других аспектов НДС, а именно стадии III (образование и раскрытие наклонных трещин), и критериев разрушения на основе сопротивления бетона срезу в зависимости от уровня нормальных напряжений и высоты сжатой зоны бетона, а также позволит рассматривать варианты армирования не только с размещением продольной арматуры у граней сечения;
- с *диаграммным методом* позволит отказаться от гипотезы плоских сечений или кинематической гипотезы Тимошенко, понятия кривизны для определения относительных деформаций в нормальном сечении балки с трещиной и других последующих допущений и ограничений;
- с *блочным методом предельного равновесия* позволит определять ширину раскрытия трещин и величину прогибов балок, а также учитывать при необходимости знакопеременные нагрузки и историю нагружения (например, для ограждения котлованов из железобетонных конструкций) и на основе объединения преимуществ каждого из них и предложенной механики железобетонной балки с нормальными трещинами даст возможность получить более адекватную картину НДС стержневых железобетонных конструкций зданий и сооружений для оценки соответствия одновременно требованиям I и II групп предельных состояний со своими коэффициентами надежности.

2. Предложенная механика и метод квазилинейно-ступенчатого расчета открывают возможность широкого использования физически и геометрически нелинейных подходов в решении задач изгиба стержневых железобетонных конструкций, необходимых для массового применения при проектировании зданий и сооружений. Однако они требуют: проверки на экспериментальных данных; уточнения неудачных формулировок, дополнения отдельных положений, расчетных предпосылок и параметров; дальнейшего развития с учетом возможности возникновения знакопеременных внутренних усилий и рассмотрения оставшихся необходимых вариантов НДС железобетонных стержневых конструкций; внедрения в современные программные комплексы.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Пекин Д. А. Стадии напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с нормальными трещинами при плоском изгибе // *Промышленное и гражданское строительство*. 2024. № 9. С. 59–67. doi: 10.33622/0869-7019.2024.09.59-67
2. Карпенко Н. И., Мухамедиев Т. А., Сапожников М. А. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов // *Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций*. М. : НИИЖБ, 1987. С. 4–24.
3. Карпенко С. Н. О построении связей междуращениями напряжений и деформаций на основе различных диаграмм // *Вестник гражданских инженеров*. 2010. № 1. С. 60–63.
4. Карпенко Н. И., Соколов Б. С., Радайкин О. В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // *Строительство и реконструкция*. 2012. № 2. С. 11–20.
5. Карпенко Н. И., Радайкин О. В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // *Строительство и реконструкция*. 2012. № 3. С. 10–17.
6. Карпенко Н. И., Соколов Б. С., Радайкин О. В. Совершенствование методики расчета изгибаемых железобетонных элементов без предварительного напряжения по образованию нормальных трещин // *Строительные материалы*. 2013. № 6. С. 54–55.
7. Соколов Б. С., Радайкин О. В. К расчету прогибов изгибаемых железобетонных элементов с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерывающих сил с использованием нелинейной деформационной модели // *Известия КГАСУ*. 2014. № 4. С. 37–45.
8. Трекин Н. Н., Кодыш Э. Н., Соседов К. Е. Реализация нелинейной деформационной модели при расчете прочности нормальных сечений // *Лолейтовские чтения-150* / под ред. А. Г. Тамразяна. М. : МГСУ, 2018. С. 467–475.
9. Трекин Н. Н., Кодыш Э. Н., Трекин Д. Н. Расчет по образованию нормальных трещин в изгибаемых элементах на основе деформационной модели // *Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия* / под ред. А. Г. Тамразяна, Д. Г. Копанцы. М. : МИСИ–МГСУ, 2016. С. 448–453.
10. Радайкин О. В. Развитие теории диаграммного метода расчета стержневых элементов из армированного бетона : дис.... д-ра техн. наук. Казань, 2023. 471 с.
URL: https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/DISSERTATION/F_635920825/Dissertaciya_Radajkin_.pdf (дата обращения: 17.08.2024).
11. Фиалко С. Ю. Применение метода конечных элементов к анализу прочности и несущей способности тонкостенных железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности. М.: СКАД СОФТ, АСВ, 2018. 192 с.
12. Пекин Д. А. Совершенствование методики расчета базового расстояния между нормальными трещинами в изгибаемых железобетонных элементах // *Промышленное и гражданское строительство*. 2022. № 12. С. 10–15.
doi: 10.33622/0869-7019.2022.12.10-15
13. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. *Строительная механика*. М. : Высшая школа, 1986. 607 с.
14. Мурашев В. И. *Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона (Основы сопротивления железобетона)*. М. : Машстройиздат, 1950. 268 с.
15. Перельмутер А. В., Тур В. В. Готовы ли мы перейти к нелинейному анализу при проектировании // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2017. Vol. 13. Iss. 3. Pp. 86–102.

REFERENCES

1. Pekin D. A. Stages of stress-strain state of reinforced concrete beams with normal cracks under plane bending. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*, 2024, no. 9, pp. 59–67. (In Russ.).
doi: 10.33622/0869-7019.2024.09.59-67
2. Karpenko N. I., Muhamediev T. A., Sapozhnikov M. A. On the construction of a method for calculating core elements based on diagrams of deformation of materials. *Sovershenstvovanie metodov rascheta staticheski neopredelimyh zhelezobetonnykh konstrukcij* [Improvement of calculation methods for statically indeterminate reinforced concrete structures]. Moscow, NIIZHB Publ., 1987, pp. 4–24. (In Russ.).
3. Karpenko S. N. On the construction of relationships between stress and strain increments based on various diagrams. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2010, no. 1, pp. 60–63. (In Russ.).
4. Karpenko N. I., Sokolov B. S., Radaykin O. V. To determine the deformations of bent reinforced concrete elements using deformation diagrams of concrete and reinforcement. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*, 2012, no. 2, pp. 11–20. (In Russ.).
5. Karpenko N. I., Radaykin O. V. To improve concrete deformation diagrams for determining the moment of cracking and breaking moment in bent reinforced concrete elements. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya*, 2012, no. 3, pp. 10–17. (In Russ.).
6. Karpenko N. I., Sokolov B. S., Radaykin O. V. Improvement of the methodology for calculating bent reinforced concrete elements without prestressing the formation of normal cracks. *Stroitel'nyye materialy*, 2013, no. 6, pp. 54–55.
7. Sokolov B. S., Radaykin O. V. To calculate the deflections of bent reinforced concrete elements taking into account the combined action of bending moments and breaking forces using a nonlinear deformation model. *Izvestiya KGASU*, 2014, no. 4, pp. 37–45. (In Russ.).

8. Trekin N. N., Kodysh E. N., Sosedov K. E. Implementation of a nonlinear deformation model for calculating the strength of normal sections. *Lolejtovskie chteniya-150* [Loleitov readings-150]. Moscow, MGSU Publ., 2018, pp. 467–475. (In Russ.).
9. Trekin N. N., Kodysh E. N., Trekin D. N. Calculation of the formation of normal cracks in bendable elements based on the deformation model. *Sovremennye problemy rascheta zhelezobetonnykh konstrukcij, zdaniy i sooruzhenij na avarijnye vozdeystviya* [Modern problems of calculation of reinforced concrete structures, buildings and structures for emergency impacts]. Moscow, MISI–MGSU Publ., 2016, pp. 448–453. (In Russ.).
10. Radajkin O. V. *Development of the theory of the diagrammatic calculation method for reinforced concrete core elements*. Dis. Kazan', 2023. 471 p. Available at: https://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/DISSERTATION/F_635920825/Dissertaciya_Radajkin_.pdf (accessed 17.08.2024). (In Russ.).
11. Fialko S. Yu. *Primeneniye metoda konechnykh elementov k analizu prochnosti i nesushchey sposobnosti tonkostennykh zhelezobetonnykh konstruktсий s uchetoм fizicheskoy nelineynosti* [Application of the finite element method to the analysis of strength and bearing capacity of thin-walled reinforced concrete structures taking into account physical nonlinearity]. Moscow, SKAD SOFT, ASV Publ., 2018. 192 p. (In Russ.).
12. Pekin D. A. Improving the method for calculating the distance between normal cracks in bent reinforced concrete elements. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2022, no. 12, pp. 10–15. (In Russ.). doi: 10.33622/0869-7019.2022.12.10-15
13. Darkov A. V., Shaposhnikov N. N. *Stroitel'naya mekhanika* [Construction mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986. 607 p. (In Russ.).
14. Murashev V. I. *Treshchinoustojchivost', zhestkost' i prochnost' zhelezobetona (Osnovy soprotivleniya zhelezobetona)* [Crack resistance, rigidity and strength of reinforced concrete (Fundamentals of resistance of reinforced concrete)]. Moscow, Mashstrojizdat Publ., 1950. 268 p. (In Russ.).
15. Perel'muter A. V., Tur V. V. Are we ready to switch to non-linear analysis in the design. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2017, vol. 13, iss. 3, pp. 86–102. (In Russ.). ■

III Международный строительный форум «АРКТИКА»

13–15 ноября 2024 г. в Москве (отель Marriott Imperial Plaza) состоится III Международный строительный форум «АРКТИКА». На площадке мероприятия соберутся около 300 представителей компаний, участвующих в развитии северных территорий страны. Среди них специалисты предприятий нефтегазовой отрасли, эксперты научно-исследовательских и проектных институтов, а также организаций, занимающихся картированием, мониторингом состояния грунтов и береговых линий, производители спецтехники, оборудования, разработчики технологий для устройства фундаментов в вечномёрзлых грунтах, сотрудники компании по инженерной и антикоррозионной защите, генподрядчики и субподрядчики, представители региональных органов власти и др.

Деловая программа форума разделена на 12 тематических секций, где будет заслушено более 50 выступлений на актуальные темы освоения северных территорий и развития строительства в криолитозоне. В рамках пленарной сессии будут рассмотрены перспективы развития Арктики и основные проекты.

Форум «АРКТИКА» ежегодно проходит при официальной поддержке трех научно-исследовательских центров: НИЦ «Строительство», ЦНИИТС и ЦНИИПСК им. Мельникова. Эксперты научных организаций представят результаты последних гео-

криологических и геотехнических исследований, поделятся разработками в области проектирования, строительства и реконструкции транспортных и инфраструктурных объектов на Крайнем Севере, презентуют инновационные технологии и материалы для строительства в суровых климатических условиях.

В рамках форума экспоненты выставки «Строительные технологии, спецтехника, оборудование и материалы для Арктики» продемонстрируют свою продукцию и услуги в области инфраструктурного развития и строительства, геотехнического мониторинга, BIM-технологий, средств для инженерной и антикоррозионной защиты объектов в условиях низких температур, а также оборудование для разработки и эксплуатации месторождений, инструменты для исследования многолетнемерзлых грунтов и многое другое.

Получить дополнительную информацию можно по электронной почте:
info@fc-union.com
 или по телефонам:
 +7 (495) 66-55-014, +7 916 36-857-36,
 +7 926 38-474-68, +7 925 86-101-81.

(Пресс-служба Международной ассоциации фундаментостроителей)