

**ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр**

# **Строительные конструкции**

## **Лекция №21**



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

www: [mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/](http://mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/)

e-mail: [gbk@mgsu.ru](mailto:gbk@mgsu.ru); [dpekin@mail.ru](mailto:dpekin@mail.ru)

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.

# Лекция №21 – Железобетонные конструкции

Расчет железобетонных конструкций (ЖБК) по I предельному состоянию:

- Стержневые элементы по наклонным сечениям на действие поперечных сил
- Стержневые элементы по наклонным сечениям на действие моментов
- Прочность плит и стен при действии моментов, поперечных и продольных сил
- Продавливание плит при действии сосредоточенной силы
- Продавливание плит при действии сосредоточенных сил и моментов

# Общие положения расчета ЖБК по прочности

Выполняется комплекс расчетов на действие изгибающих моментов, продольных сил, поперечных сил, крутящих моментов и на местное действие нагрузки (местное сжатие, продавливание)

- Расчет при действии изгибающих моментов и продольных сил (внецентренное сжатие или растяжение) следует производить для **сечений**, нормальных к их продольной оси на основе **нелинейной** деформационной модели (НДМ) согласно п. 8.1.20-8.1.30 СП 63 или допускается для **простых** поперечных сечений (прямоугольник, тавр, двутавр) по **предельным усилиям**
- Расчет при действии поперечных сил (и изгибающего момента) производят на основе **модели наклонных сечений**
- Расчет при действии крутящего момента (и изгибающего момента или поперечной силы) производят на основе **модели пространственных сечений**

# Расчет ЖБЭ (п. 5.2.10-5.2.13, 8.1.31-8.1.35 СП 63)

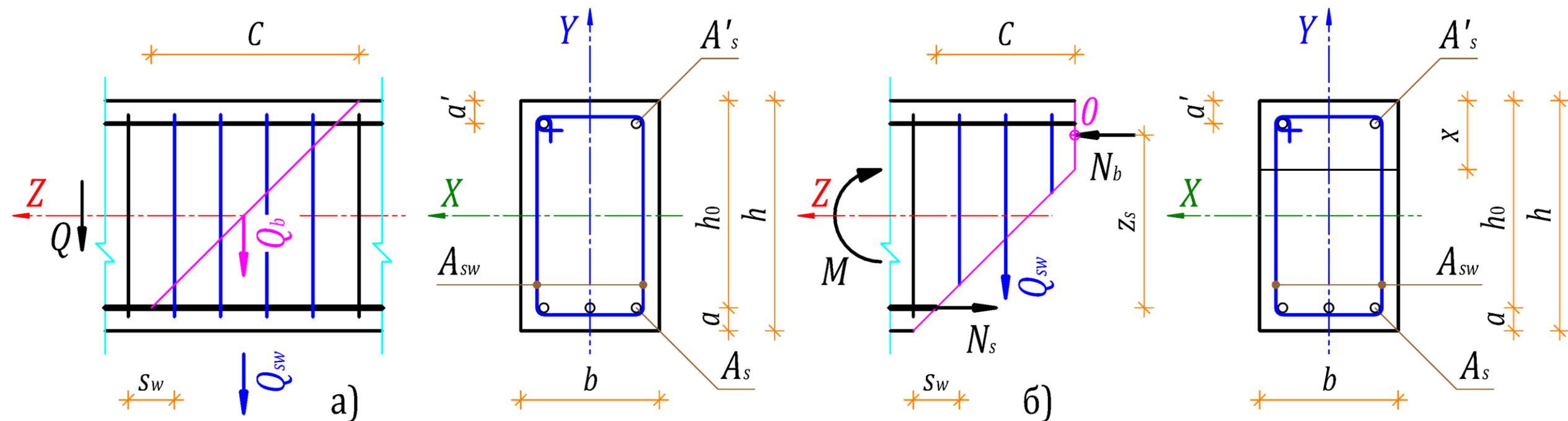
По прочности наклонных сечений выполняется на действие поперечной силы или изгибающего момента:

- Несущая способность наклонного сечения равна предельной поперечной силе, воспринимаемой бетоном и пересекаемой поперечной арматурой или
- Несущая способность наклонного сечения равна предельному моменту в нормальном сечении в вершине наклонной трещины, равного сумме предельных моментов растянутой продольной и пересекаемой поперечной арматуры относительно центра сжатой зоны бетона нормального сечения

Также проверяется прочность наклонной полосы между наклонными трещинами (сечениями) на действие сжимающих напряжений и растягивающих усилий в поперечной арматуре

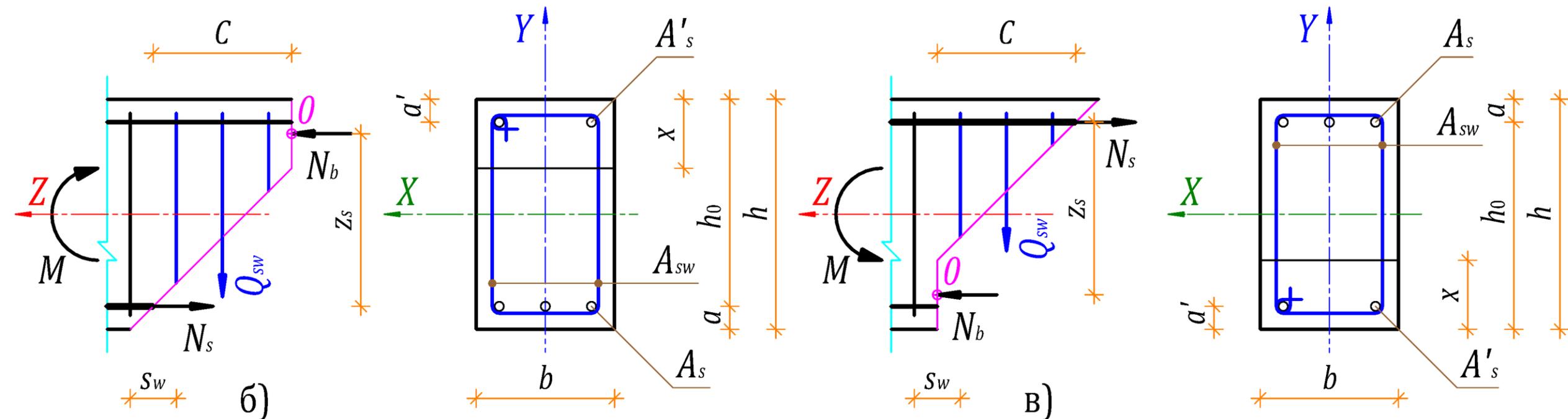
# Схемы усилий для расчета наклонных сечений:

- **а)** – на действие поперечных сил (при отсутствии изгибающих моментов или их малых значениях)
- **б)** – на действие изгибающего момента при растянутой нижней грани сечения (пролетные зоны по длине элементов)



# Схемы усилий для расчета наклонных сечений:

- **б)** – на действие изгибающего момента при растянутой нижней грани сечения (пролетные зоны по длине элементов)
- **в)** – на действие изгибающего момента при сжатой нижней грани сечения (опорные зоны по длине элементов)



# Расчет ЖБЭ по наклонным сечениям (п. 8.1.33 СП 63)

На действие поперечных сил выполняется из условия:

$$Q \leq Q_b + Q_{sw},$$

где  $Q$  – поперечная сила в наклонном сечении с длиной проекции  $C$  на продольную ось элемента, определяемая от всех внешних сил

$Q_b$  – поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении:

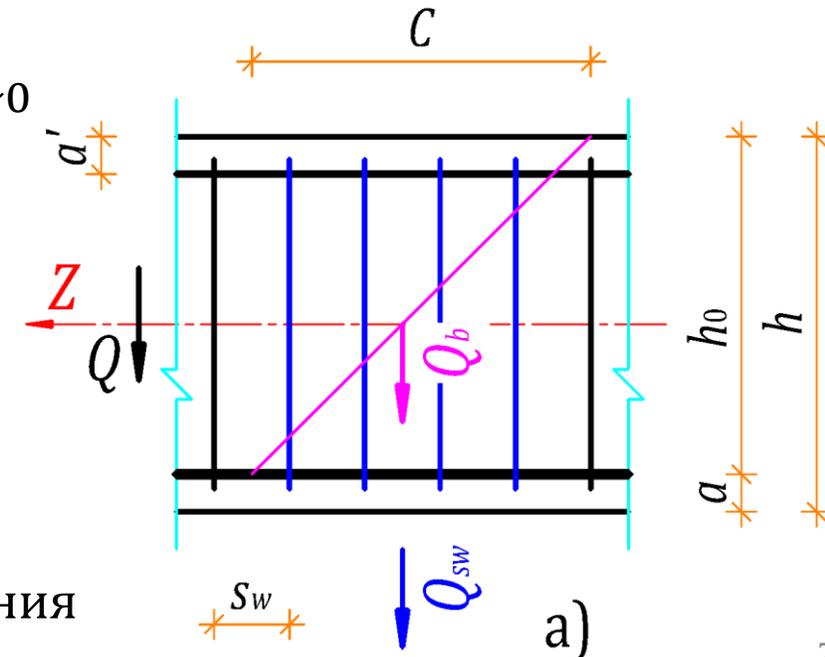
$$0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \leq Q_b = \varphi_{b2} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \frac{h_0}{C} \leq 2,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

$Q_{sw}$  – поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в наклонном сечении:

$$Q_{sw} = \varphi_{sw} \cdot q_{sw} \cdot C = \frac{\varphi_{sw} \cdot R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot C}{s_w}$$

$\varphi_{b2} = 1,5$  и  $\varphi_{sw} = 0,75$  – эмпирические коэффициенты

$1,0h_0 \leq C \leq 2,0h_0$  – горизонтальная проекция наклонного сечения



# Допускается расчет ЖБЭ (п. 8.1.33 СП 63)

По наклонным сечениям на действие поперечных сил выполнять из условия:

$$Q_1 \leq Q_{b1} + Q_{sw1},$$

где  $Q_1$  – поперечная сила в нормальном сечении от внешней нагрузки

$Q_{b1}$  – поперечная сила, воспринимаемая бетоном в нормальном сечении:

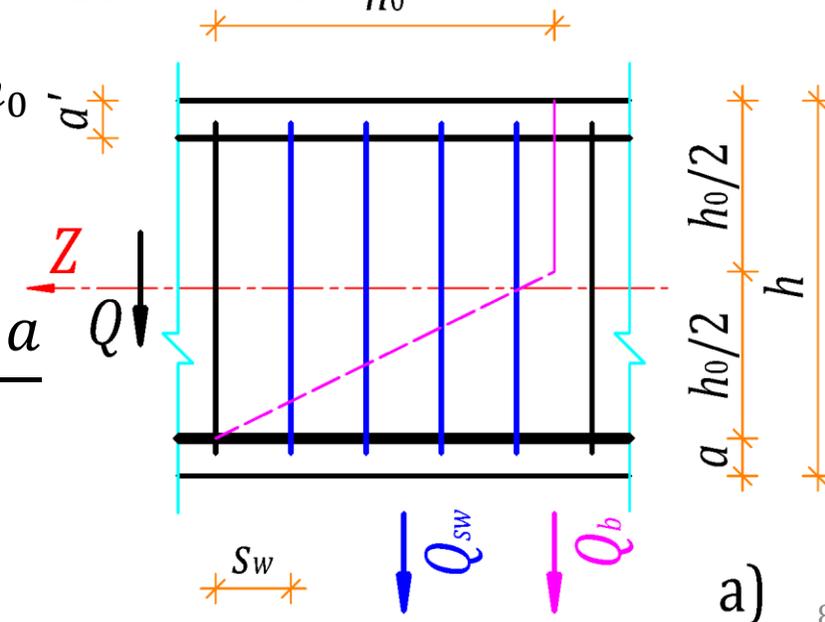
$$Q_{b1} = 0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \text{ или } Q_{b1}^* = 0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \frac{2,5h_0}{a} \leq 2,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

\* – при расположении сечения на расстоянии от опоры  $a \leq 2,5h_0$

$Q_{sw1}$  – поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в наклонном сечении:

$$Q_{sw1} = q_{sw} \cdot h_0 = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot h_0}{S_w} \text{ или } Q_{sw1}^* = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot a}{S_w}$$

\* – при расположении сечения на расстоянии от опоры  $a \leq h_0$



# Поперечная арматура (п. 8.1.33 СП 63)

Учитывается в расчете при соблюдении условия:

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw}}{s_w} \geq 0,25R_{bt} \cdot b,$$

где  $q_{sw}$  – усилие в поперечной арматуре на единицу длины элемента

или при  $Q_b$  – поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении:

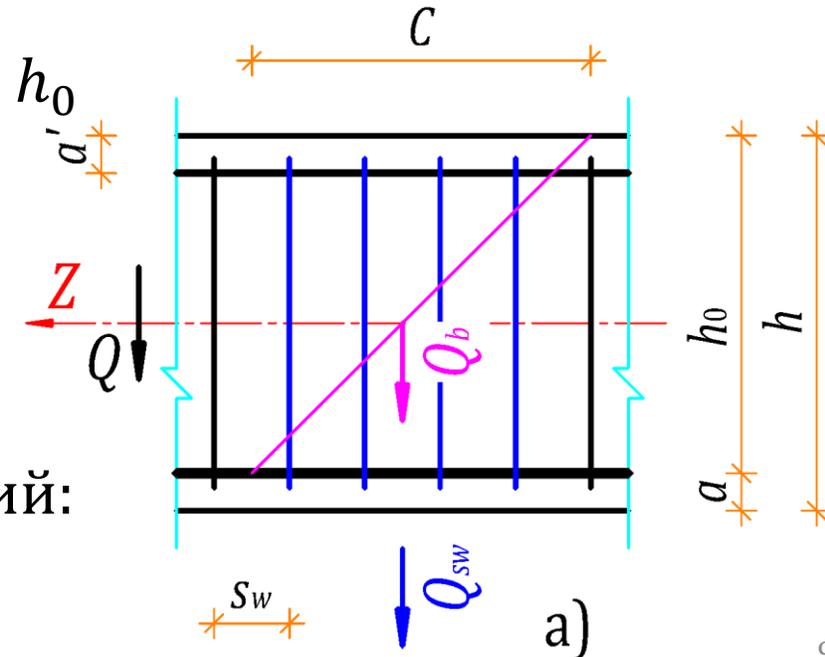
$$0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \leq Q_b = 4\varphi_{b2} \frac{R_{sw} \cdot A_{sw}}{s_w} h_0 \frac{h_0}{c} \leq 2,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

Максимальный шаг поперечной арматурой  $s_w$ :

$$s_{w,max} \leq \frac{R_{bt} b h_0^2}{Q}$$

При отсутствии арматуры или нарушении требований:

$$Q_{sw} = Q_{sw1} = 0$$



# Расчет по сжатой бетонной полосе (п. 8.1.32 СП 63)

Между наклонными сечениями выполняется из условия:

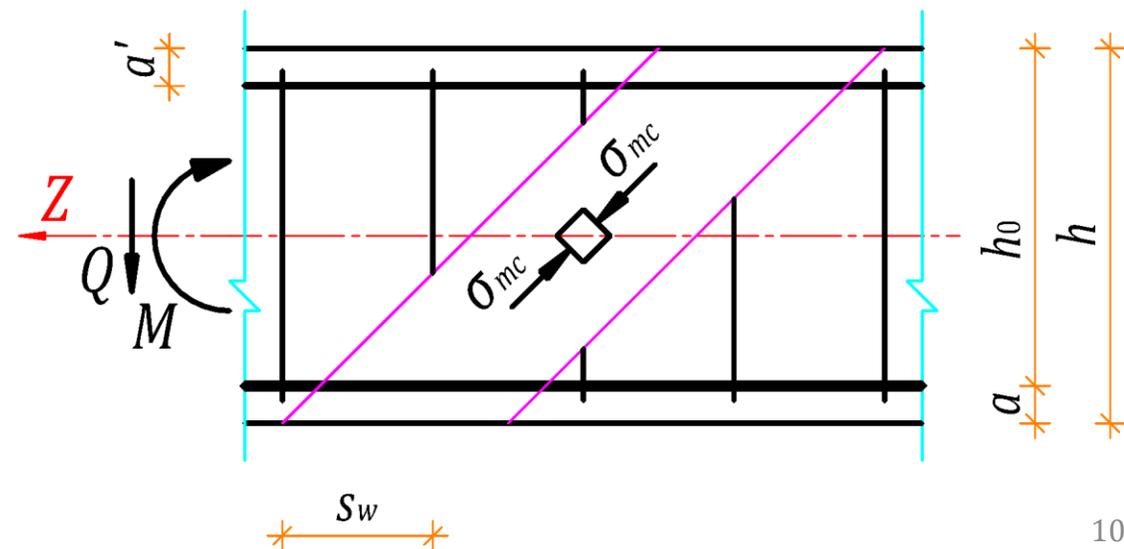
$$Q \leq \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0,$$

где  $Q$  – поперечная сила в нормальном сечении от внешней нагрузки

$\varphi_{b1} = 0,3$  – эмпирический коэффициент

Поперечная арматура должна соответствовать конструктивным требованиям, приведенным в п. 10.3 СП 63.13330

Влияние сжимающих и растягивающих напряжений при расчете по полосе между наклонными сечениями и по наклонным сечениям учитывается с помощью коэффициента  $\varphi_n$ , на который умножают правые части условий прочности



# Влияние сжимающих и растягивающих напряжений

Согласно п. 8.1.34 СП 63 учитывается при помощи коэффициента  $\varphi_n$ :

$\varphi_n = 1$  – для изгибаемых конструкций без предварительного напряжения

$$\varphi_n = 1 + \frac{\sigma_{\text{ср}}}{R_b} \text{ – при } 0 < \sigma_{\text{ср}} \leq 0,25R_b$$

$$\varphi_n = 1,25 \text{ – при } 0,25R_b < \sigma_{\text{ср}} \leq 0,75R_b$$

$$\varphi_n = 5 \left( 1 - \frac{\sigma_{\text{ср}}}{R_b} \right) \text{ – при } 0,75R_b < \sigma_{\text{ср}} \leq R_b$$

$$\varphi_n = 1 - \frac{\sigma_t}{2R_{bt}} \text{ – при } 0 < \sigma_t \leq R_{bt},$$

где  $\sigma_{\text{ср}}$  и  $\sigma_t$  – средние сжимающее и растягивающее напряжения в бетоне от воздействия продольных сил, принимаемые в формулах положительными

Допускается  $\sigma_{\text{ср}}$  и  $\sigma_t$  определять без учета арматуры при содержании продольной арматуры в сечении не более 3%

# Расчет ЖБЭ по наклонным сечениям (п. 8.1.35 СП 63)

На действие моментов выполняется из условия:

$$M \leq M_s + M_{sw},$$

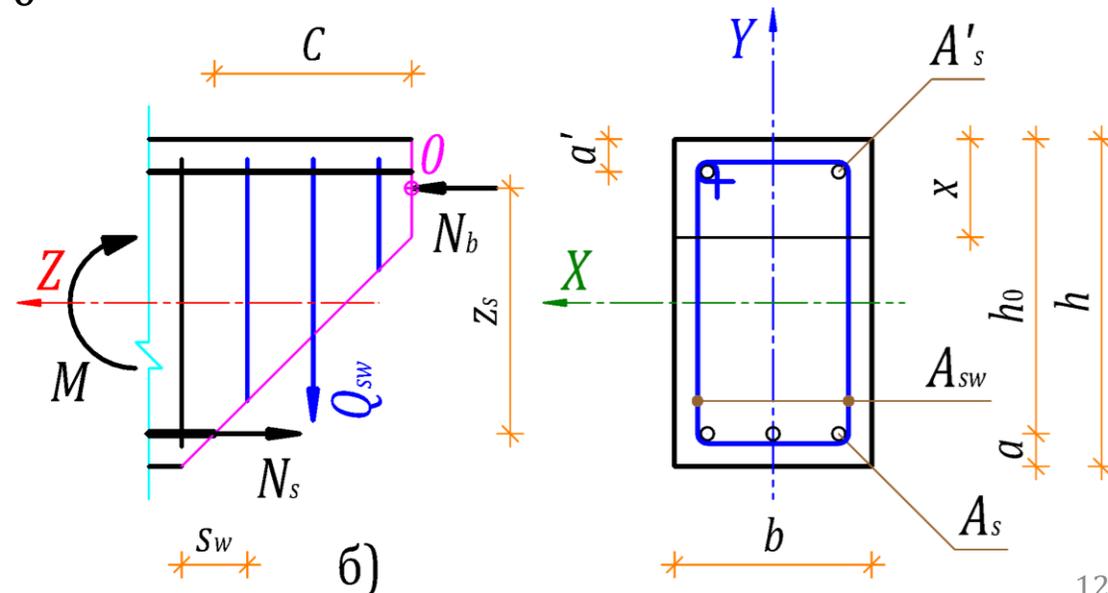
где  $M$  – момент в наклонном сечении с длиной проекции  $C$  на продольную ось  
 $M_s$  – момент, воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение, относительно центра сжатой зоны бетона (точка 0):

$$M_s = N_s \cdot z_s = R_s \cdot A_s \cdot z_s \cong R_s \cdot A_s \cdot 0,9h_0$$

$M_{sw}$  – момент, воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение, относительно центра сжатой зоны бетона (точка 0):

$$M_{sw} = Q_{sw} \frac{C}{2} = q_{sw} \frac{C^2}{2} = \frac{R_{sw} A_{sw} C^2}{2s_w} \cong \frac{R_{sw} A_{sw} h_0^2}{2s_w}$$

$1,0h_0 \leq C \leq 2,0h_0$  – горизонтальная проекция



# Пример 1. Железобетонная балка по наклонным сечениям

Дано: монолитная железобетонная балка сечением  $b \times h - 300 \times 500$  мм пролетом  $l = 3,0$  м,  $a = a' = 50$  мм, бетон класса В25 ( $E_b = 30000$  МПа,  $R_b = 14,5$  МПа,  $R_{bt} = 1,05$  МПа), рабочая арматура класса А500 ( $E_s = 200000$  МПа,  $R_s = 435$  МПа,  $R_{sc} = 400(435)$  МПа,  $R_{sw} = 300$  МПа), полная нагрузка  $P_Y = 200$  кН, приложенная на расстоянии  $l_P = 1,0$  м от опор, шарнирные узлы сопряжения

Определим внутренние усилия  $M_1$  и  $Q_1$  методом сечений:

$$M_1 = R_{Y,A} \cdot l_P = 200 \cdot 1 = 200 \text{ кНм}$$

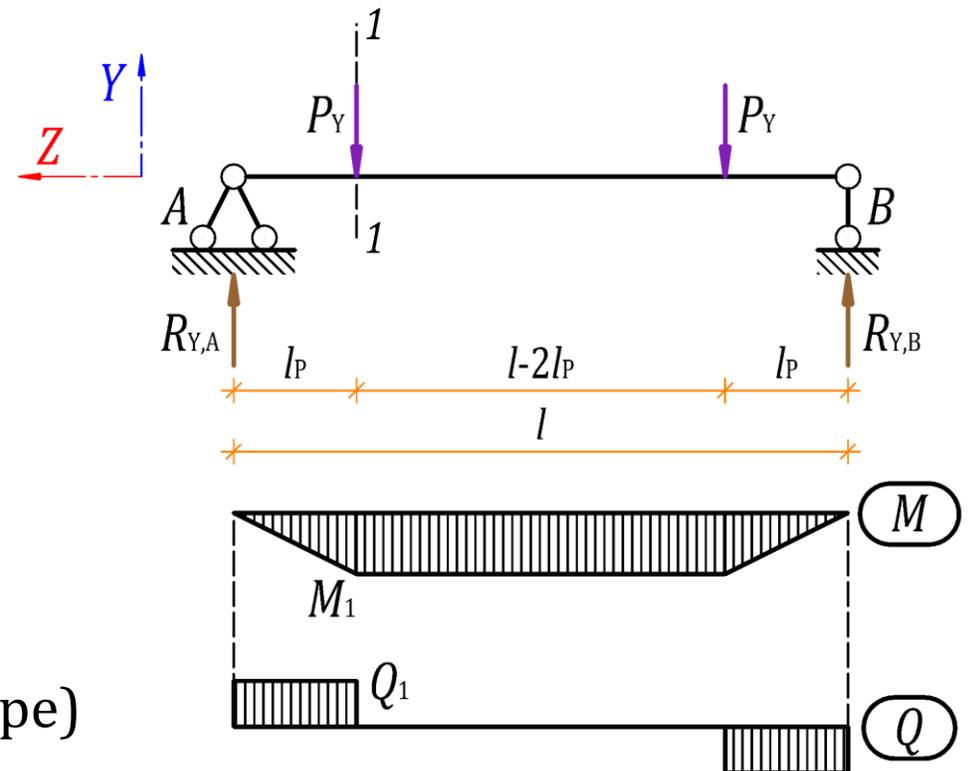
$$Q_1 = R_{Y,A} = P_Y = 200 \text{ кН}$$

Зададимся площадью арматуры:

$A_s = 1140 \text{ мм}^2$  (3 стержня  $\varnothing 22$  мм у нижней грани)

$A'_s = 226 \text{ мм}^2$  (2 стержня  $\varnothing 12$  мм у верхней грани)

$A_{sw} = 101 \text{ мм}^2$  (хомут  $\varnothing 8$  мм с шагом 100 мм на опоре)



# Пример 1. Наклонное сечение на действие момента

Определяем высоту сжатой зоны бетона  $x$ :

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - R_{sc} \cdot A'_s}{R_b \cdot b} = \frac{(435 \cdot 1140 - 400 \cdot 226) \cdot 10^{-3}}{14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3} = 0,093 \text{ м}$$

Сравниваем относительную высоту сжатой зоны с предельной:

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{0,093}{0,5} = 0,19 < \xi_R = \frac{0,8\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b2} + \varepsilon_{s,el}} = \frac{0,8 \cdot 0,0035}{0,0035 + 0,0022} = 0,49$$

Определяем плечо  $z_s$  с учетом полученной высоты сжатой зоны бетона  $x$ :

$$z_s = h_0 - \frac{x}{2} = h - a' - \frac{x}{2} = 500 - 50 - 93 = 357 \text{ мм} = 0,357 \text{ м}$$

Определяем момент  $M_s$ , воспринимаемый продольной арматурой:

$$M_s = N_s \cdot z_s = R_s \cdot A_s \cdot z_s = 435 \cdot 1140 \cdot 10^{-3} \cdot 0,357 = 177 \text{ кНм}$$

# Пример 1. Наклонное сечение на действие момента

Определяем усилие в поперечной арматуре на единицу длины элемента  $q_{sw}$ :

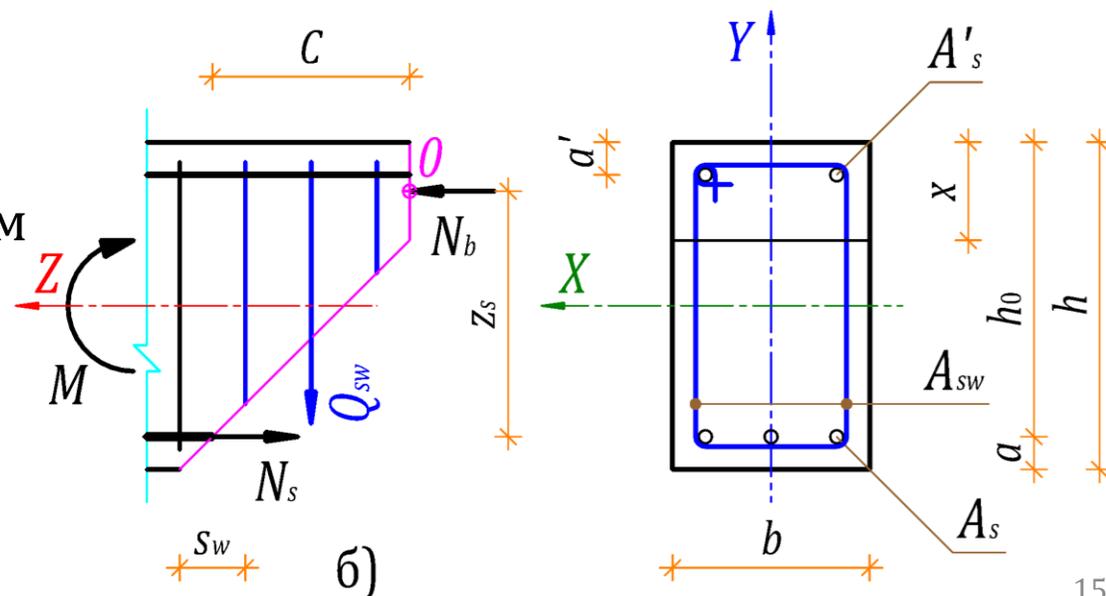
$$q_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw}}{s_w} = \frac{300 \cdot 101 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 303 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \geq 0,25R_{bt} \cdot b = 0,25 \cdot 1,05 \cdot 10^3 \cdot 0,3 = 79 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

Определяем момент  $M_{sw}$ , воспринимаемый поперечной арматурой при  $C = h_0$ :

$$M_{sw} = Q_{sw} \frac{C}{2} = Q_{sw} \frac{h_0}{2} = q_{sw} \frac{h_0^2}{2} = 303 \cdot \frac{0,45^2}{2} = 31 \text{ кНм}$$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$M = 200 \text{ кНм} \leq M_s + M_{sw} = 177 + 31 = 208 \text{ кНм}$$



## Пример 2. Наклонное сечение на действие поперечной силы

Дано: монолитная железобетонная балка из Примера 1

Определяем поперечную силу, воспринимаемую бетоном в нормальном сечении  $Q_{b1}$ :

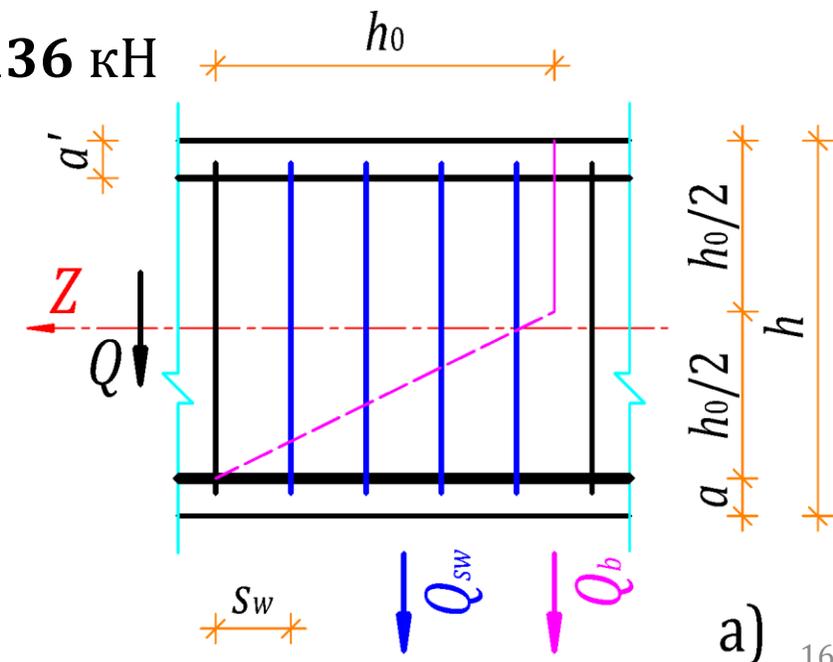
$$Q_{b1} = 0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 = 0,5 \cdot 1,05 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,45 = 71 \text{ кН}$$

Определяем поперечную силу  $Q_{sw1}$ , воспринимаемую поперечной арматурой при  $C = h_0$ :

$$Q_{sw1} = q_{sw} \cdot h_0 = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot h_0}{s_w} = \frac{300 \cdot 101 \cdot 10^{-3} \cdot 0,45}{0,1} = 136 \text{ кН}$$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$Q_1 = 200 \text{ кН} \leq Q_{b1} + Q_{sw1} = 71 + 136 = 207 \text{ кНм}$$

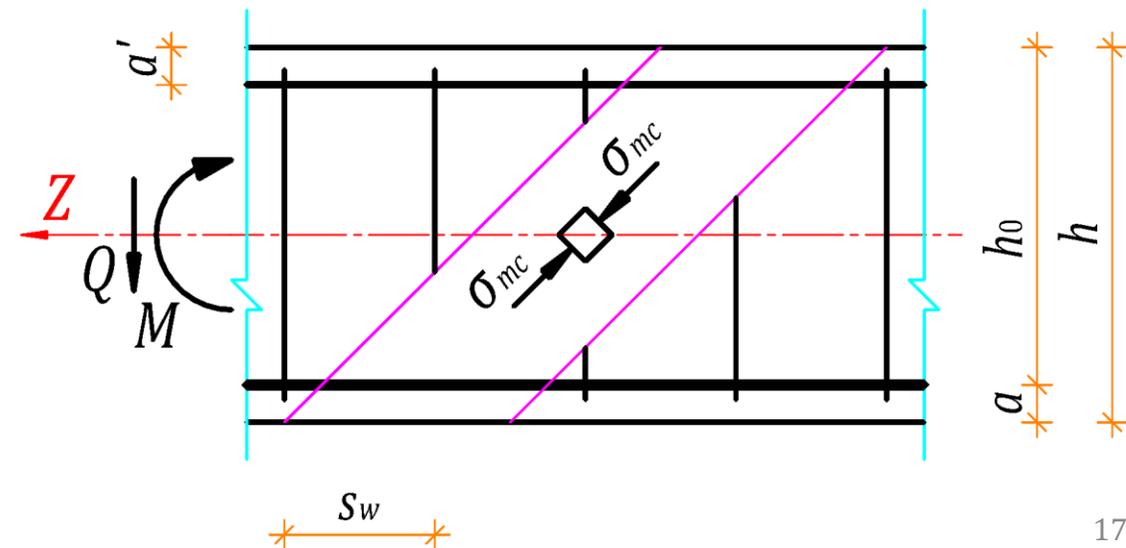


# Пример 3. Прочность сжатой бетонной полосы

Дано: монолитная железобетонная балка из Примера 1

Проверяем выполнение условия прочности сжатой бетонной полосы между наклонными сечениями:

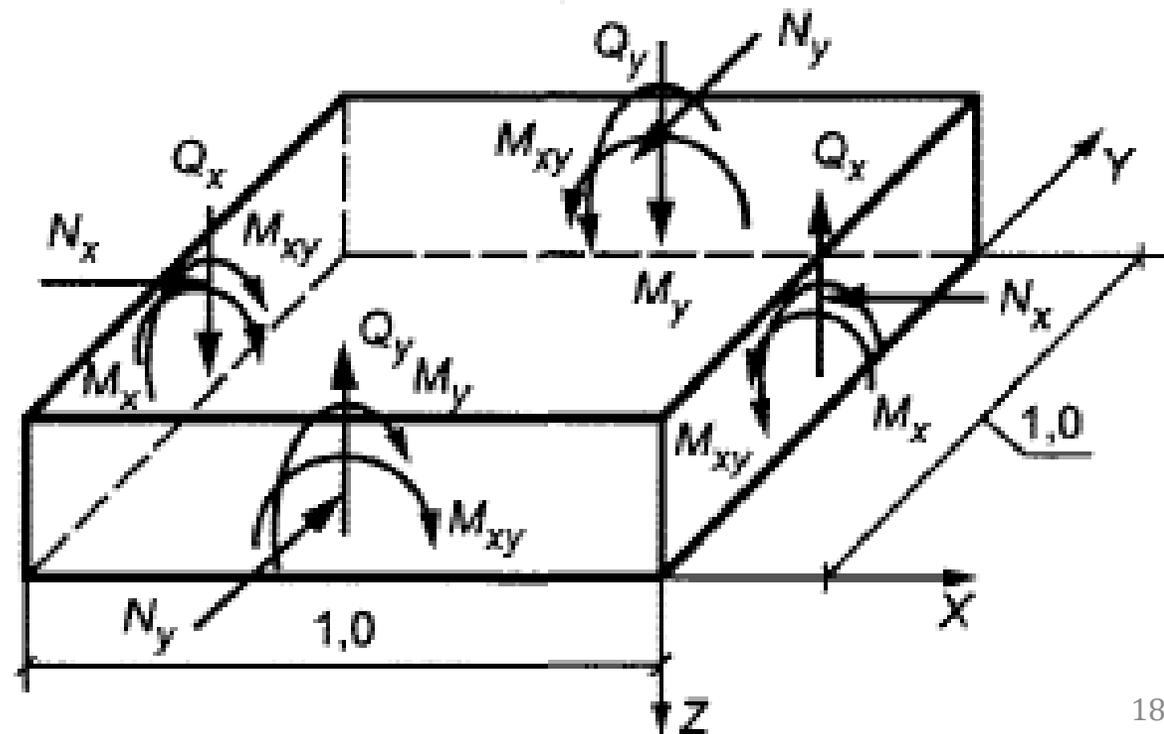
$$Q_1 = 200 \text{ кН} \leq \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0 = 0,3 \cdot 14,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,45 = 587 \text{ кН}$$



# Расчет по прочности плоских плит (п. 8.1.53 СП 63)

Перекрытий, покрытий и фундаментных плит выполняется на **совместное** действие **изгибающих** и **крутящих** моментов, а также на действие **продольных** и **поперечных** сил, приложенных по боковым сторонам **плоского** выделенного элемента

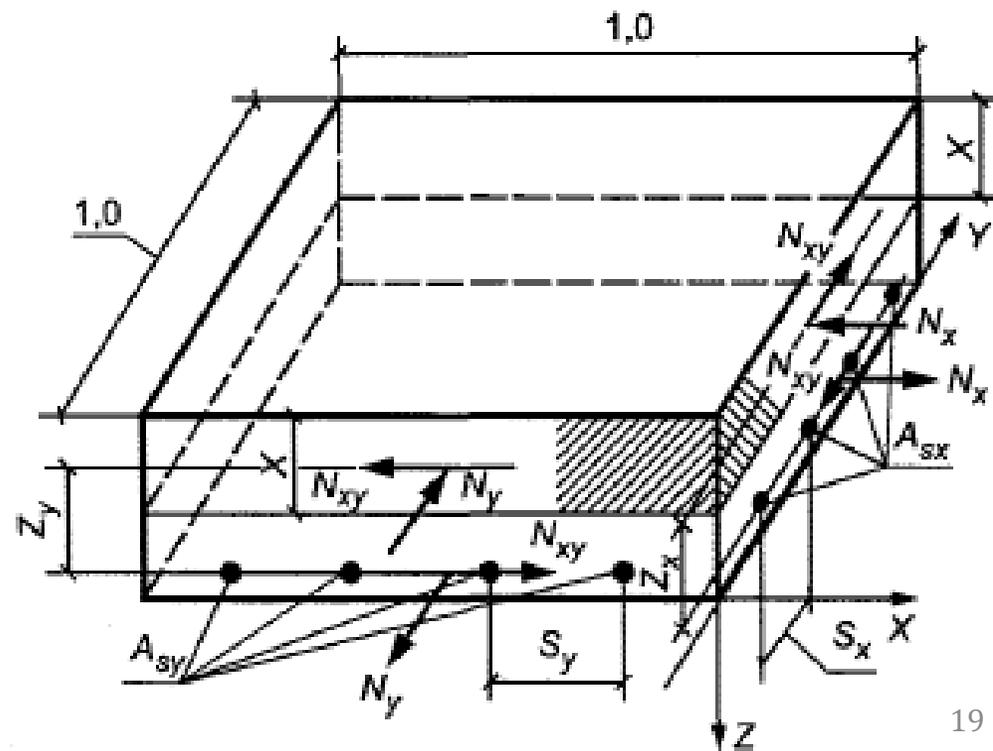
Кроме того, при опирании плоских плит на колонны (пилоны) следует производить расчет плит на **продавливание** на действие сосредоточенных нормальных сил и моментов согласно п. 8.1.46-8.1.52 СП 63.13330



# Расчет плоских плит по прочности (п. 8.1.54 СП 63)

В общем случае производят путем **разделения** плоского элемента на отдельные слои **сжатого** бетона и **растянутой** арматуры и расчета каждого слоя отдельно на действие нормальных и сдвигающих сил в этом слое, полученных от действия изгибающих и крутящих моментов и нормальных сил

Расчет плоских элементов плит может также производиться **без разделения** на слои бетона и растянутой арматуры на совместное действие изгибающих и крутящих моментов из условий, основанных на **обобщенных уравнениях предельного равновесия**



# Обобщенные уравнения предельного равновесия:

$$(M_{x,ult} - M_x) \cdot (M_{y,ult} - M_y) - M_{xy}^2 \geq 0$$

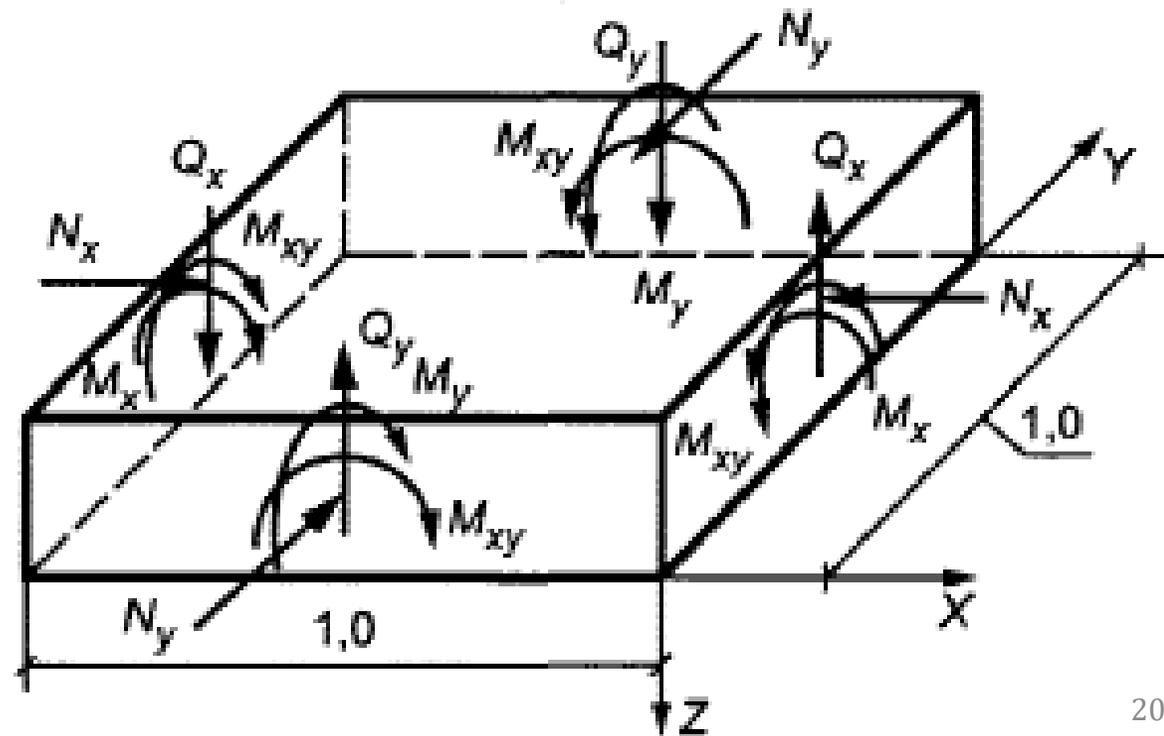
$$M_{x,ult} \geq M_x$$

$$M_{y,ult} \geq M_y$$

$$M_{xy,ult} \geq M_{xy}$$

где  $M_x, M_y, M_{xy}$  – изгибающие и крутящий моменты, действующие на выделенный плоский элемент

$M_{x,ult}, M_{y,ult}, M_{xy,ult}$  – предельные изгибающие и крутящий моменты, воспринимаемые плоским выделенным элементом



# Предельные изгибающие моменты в плитах

Вычисляются по аналогии со стержневыми элементами отдельно для каждого направления армирования  $M_{x,ult}$  и  $M_{y,ult}$ :

$$M_{ult} = R_{sc} \cdot A'_s(x - a') + \frac{R_b \cdot b \cdot x^2}{2} + R_s \cdot A_s(h_0 - x)$$

Предельные крутящие моменты определяются по бетону  $M_{bxy,ult}$  и арматуре  $M_{sxy,ult}$  по формулам:

$$M_{bxy,ult} = 0,1R_b \cdot b_{min}^2 \cdot b_{max}$$
$$M_{sxy,ult} = 0,5R_s(A_{sx} + A_{sy})h_0$$

где  $b_{min}$  и  $b_{max}$  – меньший и больший размеры плоского выделенного элемента соответственно

$A_{sx}$ ,  $A_{sy}$  – площади сечения продольной арматуры в направлении осей  $X$  и  $Y$

# Расчет плоских плит на действие поперечных сил

Согласно п. 8.1.55 СП 63.13330 следует выполнять по формуле:

$$\frac{Q_x}{Q_{x,ult}} + \frac{Q_y}{Q_{y,ult}} \leq 1$$

где  $Q_x$  и  $Q_y$  – поперечные силы, действующие по боковым сторонам плоского выделенного элемента

$Q_{x,ult}$  и  $Q_{y,ult}$  – предельные поперечные силы, воспринимаемые плоским выделенным элементом и вычисляемые по формуле:

$$Q_{ult} = Q_b + Q_{sw}$$

где  $Q_b$  и  $Q_{sw}$  – предельные поперечные силы, воспринимаемые соответственно бетоном и поперечной арматурой

# Предельные поперечные силы в плитах

Воспринимаемые бетоном и поперечной арматурой вычисляются по формулам:

$$Q_b = 0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot h_0 = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw}}{s_w} h_0$$

где  $b$  и  $h_0$  – ширина и рабочая высота сечения, соответственно

$q_{sw}$  – интенсивность поперечного армирования

$A_{sw}$  и  $s_w$  – площадь поперечной арматуры расположенной в одном нормальном сечении и шаг этих рядов, соответственно

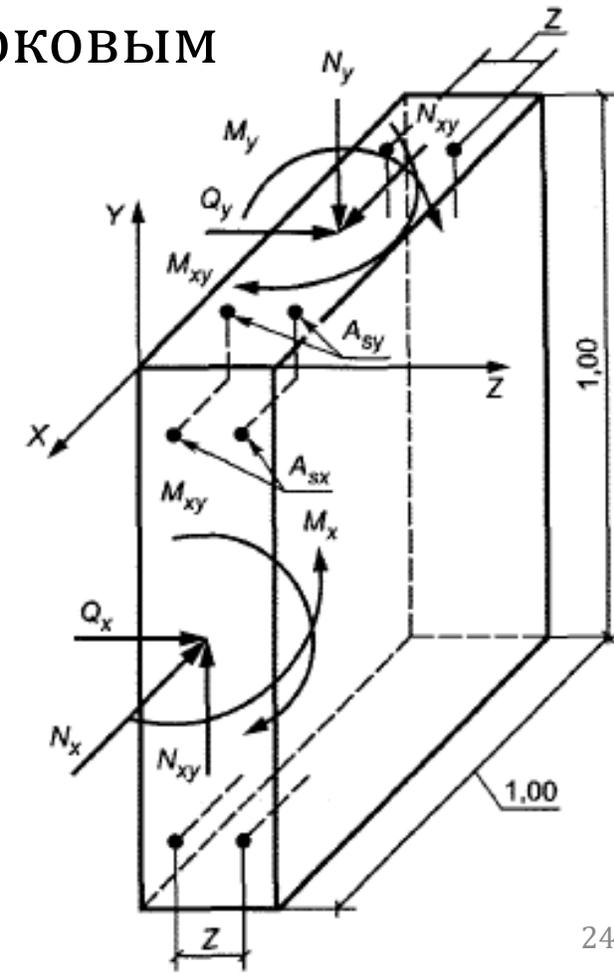
$R_{bt}$  и  $R_{sw}$  – сопротивление бетона и поперечной арматуры растяжению, соответственно

# Расчет стен по прочности (п. 8.1.56 СП 63)

В общем случае выполняется на **совместное** действие **нормальных сил, изгибающих моментов, крутящих моментов, сдвигающих сил, поперечных сил**, приложенных по боковым сторонам плоского выделенного элемента

Расчет стен производят путем **разделения** плоского элемента на отдельные слои сжатого бетона и растянутой арматуры и расчета каждого слоя отдельно на действие нормальных и сдвигающих сил в этом слое, полученных от действия изгибающих и крутящих моментов, общих нормальных и сдвигающих сил

Допускается производить расчет без разделения на слои бетона и растянутой арматуры на основе **обобщенных уравнений предельного равновесия**



# Обобщенные уравнения предельного равновесия:

$$(N_{x,ult} - N_x) \cdot (N_{y,ult} - N_y) - N_{xy}^2 \geq 0$$

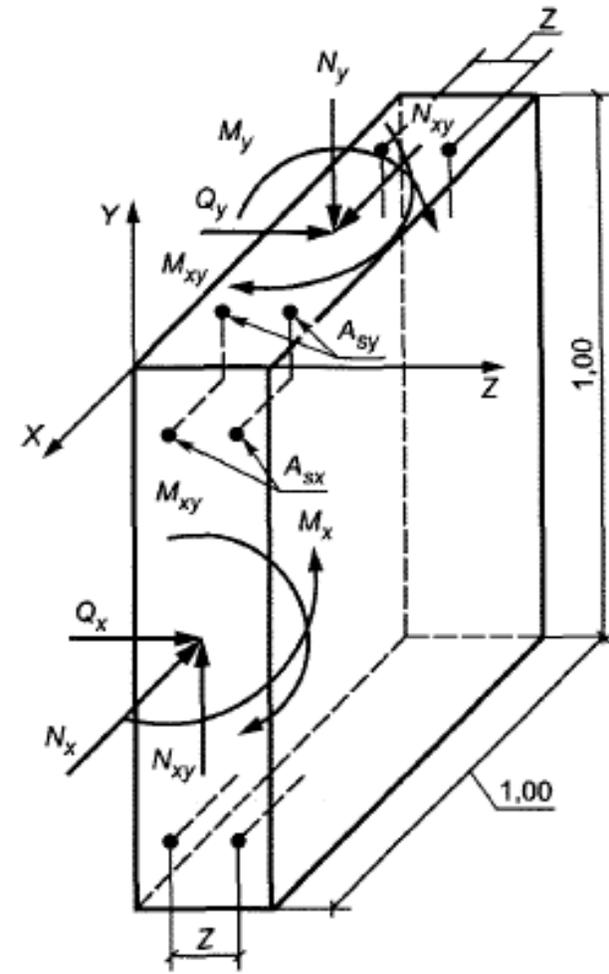
$$N_{x,ult} \geq N_x$$

$$N_{y,ult} \geq N_y$$

$$N_{xy,ult} \geq N_{xy}$$

где  $N_x, N_y, N_{xy}$  – нормальные и сдвигающие силы, действующие по боковым сторонам плоского выделенного элемента

$N_{x,ult}, N_{y,ult}, N_{xy,ult}$  – предельные нормальные и сдвигающие силы, воспринимаемые плоским выделенным элементом



# Предельные нормальные силы в стенах

Вычисляются по аналогии со стержневыми элементами отдельно в каждом направлении  $N_{x,ult}$  и  $N_{y,ult}$ :

$$N_{ult} \cdot e = R_b \cdot b \cdot x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s (h_0 - a')$$

Предельные сдвигающие силы по бетону  $N_{bxy,ult}$  и арматуре  $N_{sxy,ult}$  определяются по формулам:

$$N_{bxy,ult} = 0,3R_b \cdot A_b$$
$$N_{sxy,ult} = 0,5R_s (A_{sx} + A_{sy})$$

где  $A_b$  – рабочая площадь поперечного сечения бетона выделенного элемента

$A_{sx}, A_{sy}$  – площади сечения продольной арматуры в направлении осей  $X$  и  $Y$

# Расчет на продавливание (п. 5.2.16, 8.1.46-8.1.52 СП 63)

Выполняется для плитных ЖБК в узлах сопряжения с колоннами или в местах приложения сосредоточенных сил. Несущая способность при продавливании равна сумме предельных усилий, воспринимаемых бетоном и поперечной арматурой, пересекаемой наклонными гранями пирамиды продавливания

Пирамида продавливания с углом наклона граней  $45^\circ$  и высотой  $h_0$  при расчетах заменяется условной призмой с основанием, равным срединной плоскости пирамиды, т. е. контур призмы отстоит от меньшего основания пирамиды на расстоянии  $h_0/2$

Касательные усилия по контуру условной призмы от внешних нагрузок не должны превышать суммы предельных усилий растяжения бетона  $R_{bt}$  и пересекаемой поперечной арматуры  $R_{sw}$

# Характер распределения внутренних усилий

При действии сосредоточенной силы касательные усилия, воспринимаемые бетоном и арматурой, принимаются равномерно распределенными по всей боковой поверхности условной призмы продавливания

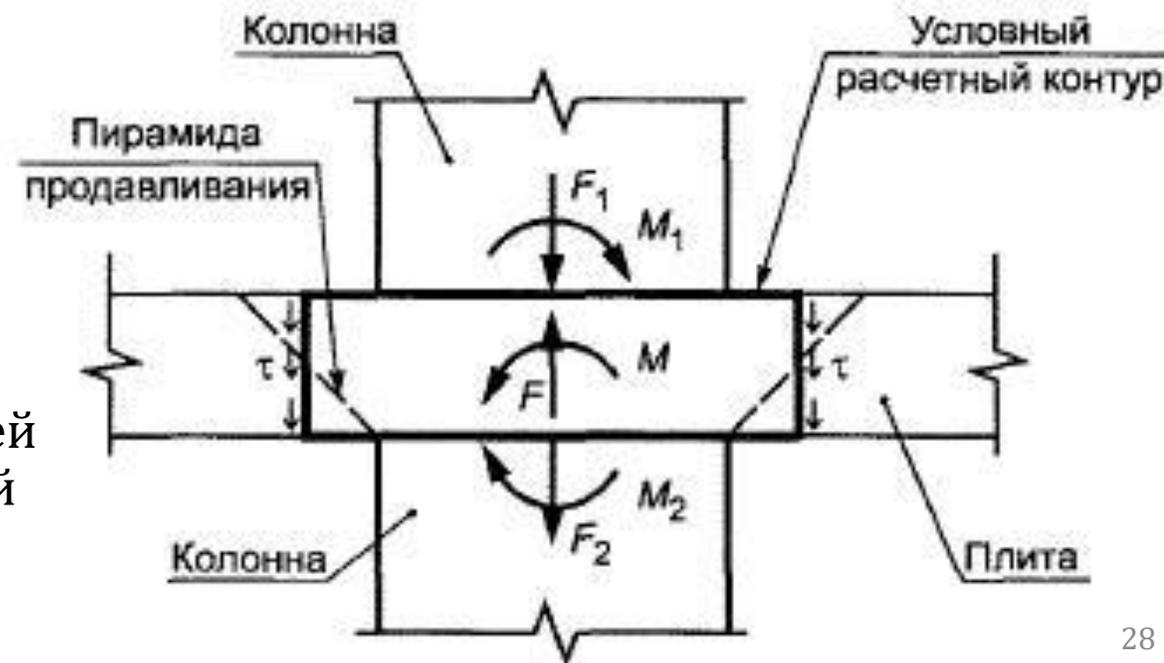
При учете изгибающих моментов в колоннах касательные усилия, воспринимаемые бетоном и поперечной арматурой, изменяются линейно вдоль контура условной призмы продавливания

Обозначения к схеме расчета на продавливание:

$\tau$  – условные касательные усилия (напряжения)

$F = F_2 - F_1$  и  $M = M_1 + M_2$  – вертикальные опорные реакции в центре тяжести срединной плоскости условной призмы продавливания

$F_1$ ,  $M_1$  и  $F_2$ ,  $M_2$  – усилия в уровне верхней и нижней плоскостей условной призмы (в нижней и верхней гранях колонн) от внешних нагрузок



# Схемы расчетных контуров при продавливании

Обозначения к схеме:

а – площадка приложения нагрузки внутри плоского элемента

б, в – то же у края плоского элемента

г – при крестообразном расположении поперечной арматуры

1 – площадь приложения нагрузки

2 – расчетный контур (РК) поперечного сечения

2' – второй вариант расположения РК

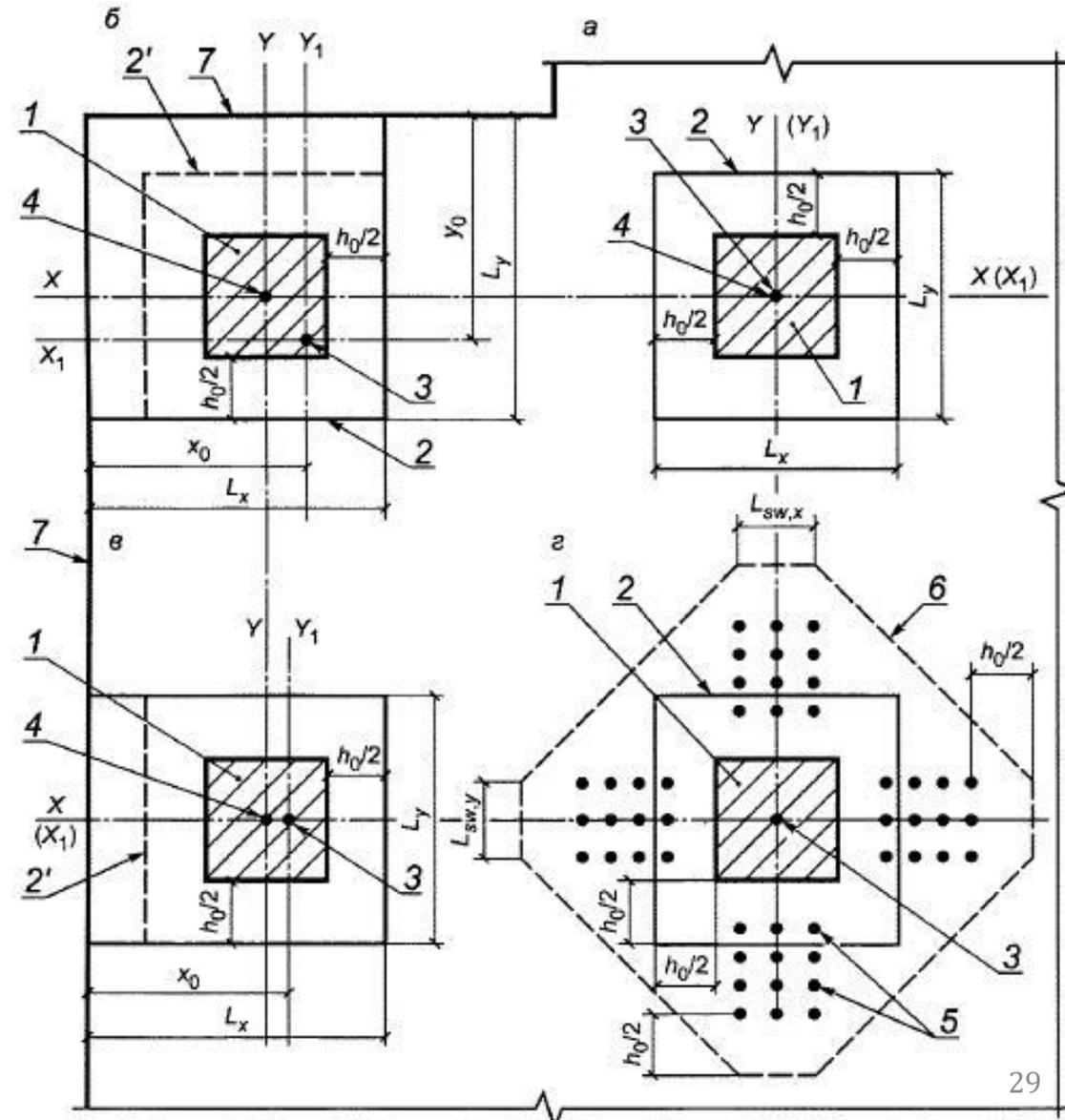
3 – центр тяжести расчетного контура (оси  $X_1$  и  $Y_1$ )

4 – центр тяжести площадки приложения нагрузки (оси  $X$  и  $Y$ )

5 – поперечная арматура

6 – контур расчетного поперечного сечения без учета в расчете поперечной арматуры

7 – граница (край) плоского элемента



# Расчет на продавливание (п. 8.1.47, 8.1.48 СП 63)

При действии сосредоточенной силы выполняется из условия:

$$F \leq F_{b,ult} + F_{sw,ult},$$

где  $F$  – сосредоточенная сила от внешней нагрузки

$F_{b,ult}$  – предельное усилие, воспринимаемое бетоном:

$$F_{b,ult} = R_{bt} \cdot A_b = R_{bt} \cdot u(h_{0x} + h_{0y})/2$$

$A_b = u \cdot h_0 = u(h_{0x} + h_{0y})/2$  – площадь боковой поверхности условной призмы

$u$  – периметр основания условной призмы

$F_{sw,ult}$  – предельное усилие, воспринимаемое поперечной арматурой:

$$0,25F_{b,ult} \leq F_{sw,ult} = 0,8q_{sw} \cdot u = \frac{0,8R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot u}{s_w} \leq F_{b,ult}$$

$A_{sw}$  – площадь сечения поперечной арматуры одного ряда длиной  $h_0$ , размещаемого вдоль основания условной призмы с шагом  $s_w$

# Пример 4. Железобетонная плита на продавливание

Дано: монолитная железобетонная плита толщиной 280 мм,  $a_x = 28$  мм,  $a_y = 44$  мм бетон класса В25 ( $E_b = 30000$  МПа,  $R_b = 14,5$  МПа,  $R_{bt} = 1,05$  МПа), рабочая арматура класса А500 ( $E_s = 200000$  МПа,  $R_s = 435$  МПа,  $R_{sc} = 400(435)$  МПа,  $R_{sw} = 300$  МПа), внешняя сосредоточенная сила  $F = 1200$  кН, габариты площадки  $b \times a - 300 \times 500$  мм, поперечная арматура  $2\emptyset 8$  мм с шагом  $s_w = 80$  мм не ближе, чем на  $h_0/3$  к площадке

Определим рабочую высоту сечения:

$$h_0 = \frac{h_{0x} + h_{0y}}{2} = \frac{2h - a_x - a_y}{2} = \frac{2 \cdot 280 - 28 - 44}{2} = 244 \text{ мм}$$

Определим периметр основания условной призмы:

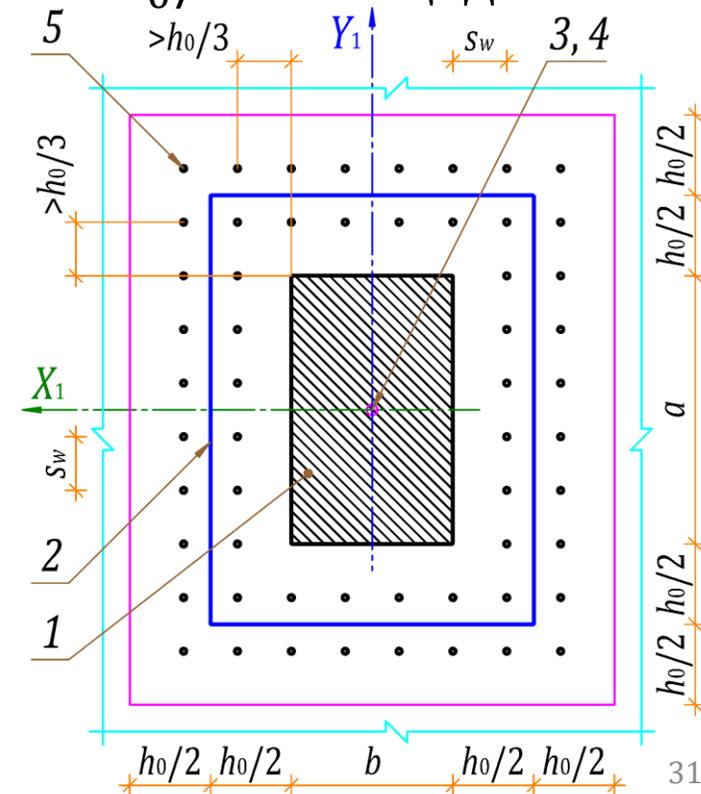
$$u = 2(a + b + 2h_0) = 2 \cdot (0,5 + 0,3 + 2 \cdot 0,244) = 2,58 \text{ м}$$

Определим площадь боковой поверхности условной призмы:

$$A_b = u \cdot h_0 = 2,58 \cdot 0,244 = 0,63 \text{ м}^2$$

Определим предельное усилие, воспринимаемое бетоном:

$$F_{b,ult} = R_{bt} \cdot A_b = 1,05 \cdot 10^3 \cdot 0,63 = \mathbf{661,5 \text{ кН}}$$



# Пример 4. Железобетонная плита на продавливание

Определим предельное усилие, воспринимаемое поперечной арматурой, размещаемой вдоль основания условной призмы с шагом  $s_w$ :

$$F_{sw,ult} = 0,8q_{sw} \cdot u = \frac{0,8R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot u}{s_w} = \frac{0,8 \cdot 300 \cdot 2 \cdot 50,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2,58}{0,1} = \mathbf{972 \text{ кН}}$$

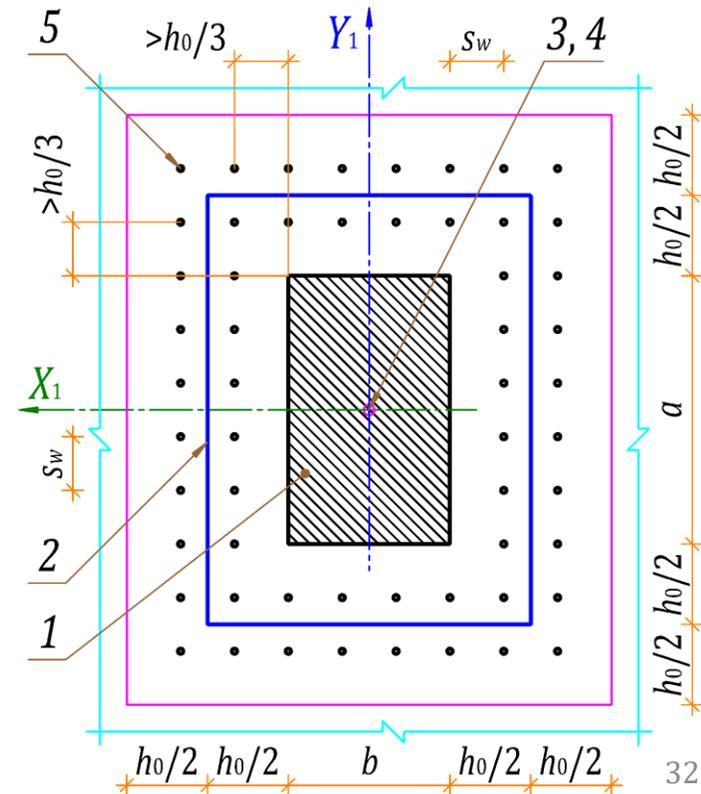
Проверим выполнение условий:

$$0,25F_{b,ult} = 165,4 \text{ кН} \leq F_{sw,ult} = \mathbf{972 \text{ кН}} \leq F_{b,ult} = 661,5 \text{ кН}$$

Учитываем в расчете предельное усилие, воспринимаемое арматурой  $F_{sw,ult} = \mathbf{661,5 \text{ кН}}$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$F = \mathbf{1200 \text{ кН}} \leq F_{b,ult} + F_{sw,ult} = 661,5 + 661,5 = \mathbf{1323 \text{ кН}}$$



# Пример 4. Железобетонная плита на продавливание

Определим общую площадь пересекаемой поперечной арматуры  $2\emptyset 8$  мм с шагом  $s_w = 100$  мм при ее размещении ближе, чем  $h_0/3$  к грузовой площадке:

$$A_{sw} = A_{sw1} \cdot n_{sw} = 50,3 \cdot 60 = 3018 \text{ мм}^2$$

Определим предельное усилие, воспринимаемое арматурой:

$$F_{sw,ult} = R_{sw} \cdot A_{sw} = 300 \cdot 3018 \cdot 10^{-3} = \mathbf{905,4 \text{ кН}}$$

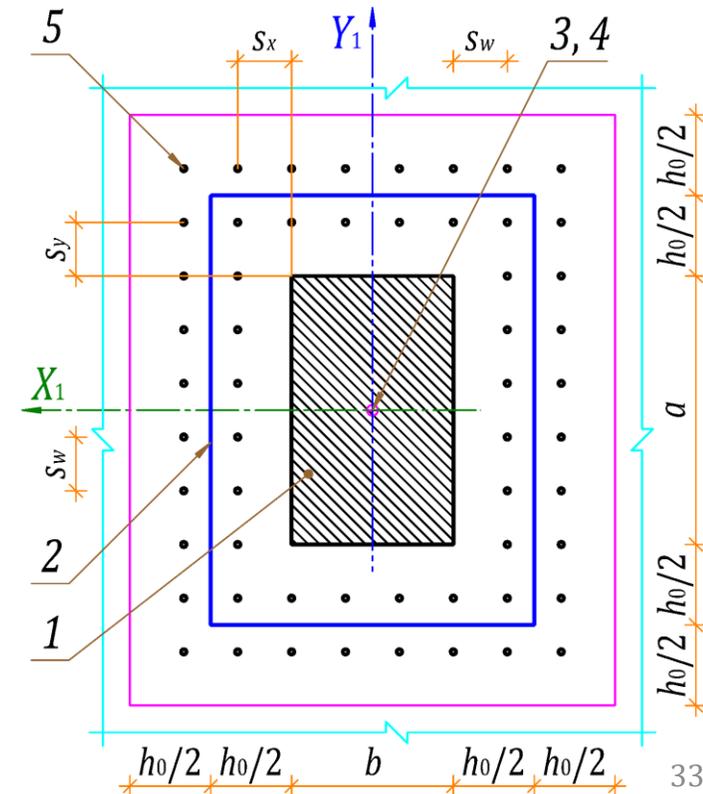
Проверим выполнение условий:

$$0,25F_{b,ult} = 165,4 \text{ кН} \leq F_{sw,ult} = \mathbf{905,4 \text{ кН}} \leq F_{b,ult} = 661,5 \text{ кН}$$

Учитываем в расчете предельное усилие, воспринимаемое арматурой  $F_{sw,ult} = \mathbf{661,5 \text{ кН}}$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$F = \mathbf{1200 \text{ кН}} \leq F_{b,ult} + F_{sw,ult} = 661,5 + 661,5 = \mathbf{1323 \text{ кН}}$$



# Пример 4. Железобетонная плита на продавливание

Проверим предельное усилие, воспринимаемое бетоном, за границей установленной поперечной арматуры  $2\emptyset 8$  мм с шагом  $s_w = 100$  мм при ее размещении на расстоянии  $s_x = s_y = 100$  мм от грузовой площадки. Определим периметр основания новой призмы:

$$u = 2(a + b + 2s_y + 2s_x + 4s_w + 2h_0) = 2 \cdot (0,5 + 0,3 + 8 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,244) = 4,18 \text{ м}$$

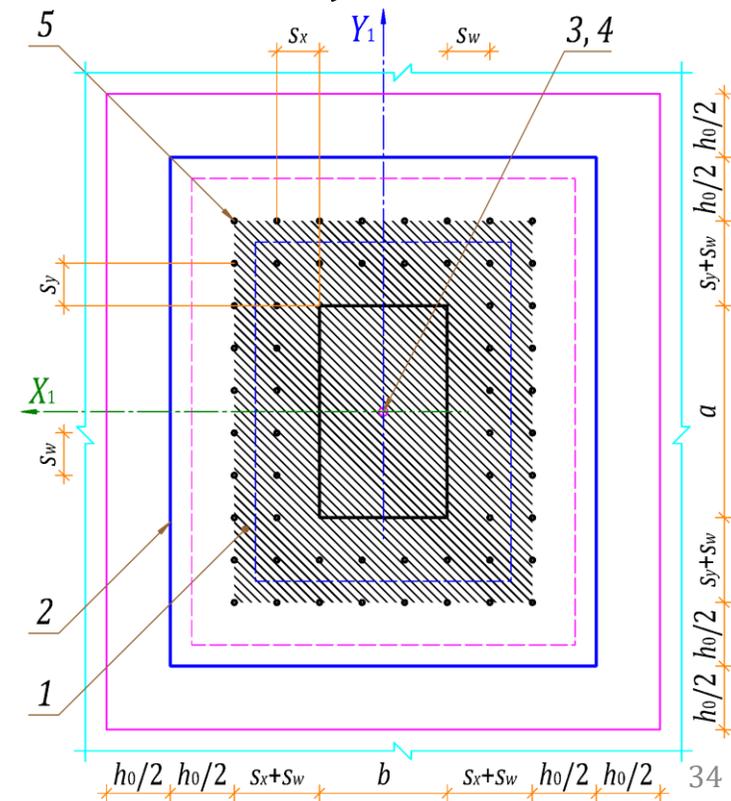
Определим площадь боковой поверхности новой условной призмы:

$$A_b = u \cdot h_0 = 4,18 \cdot 0,244 = 1,02 \text{ м}^2$$

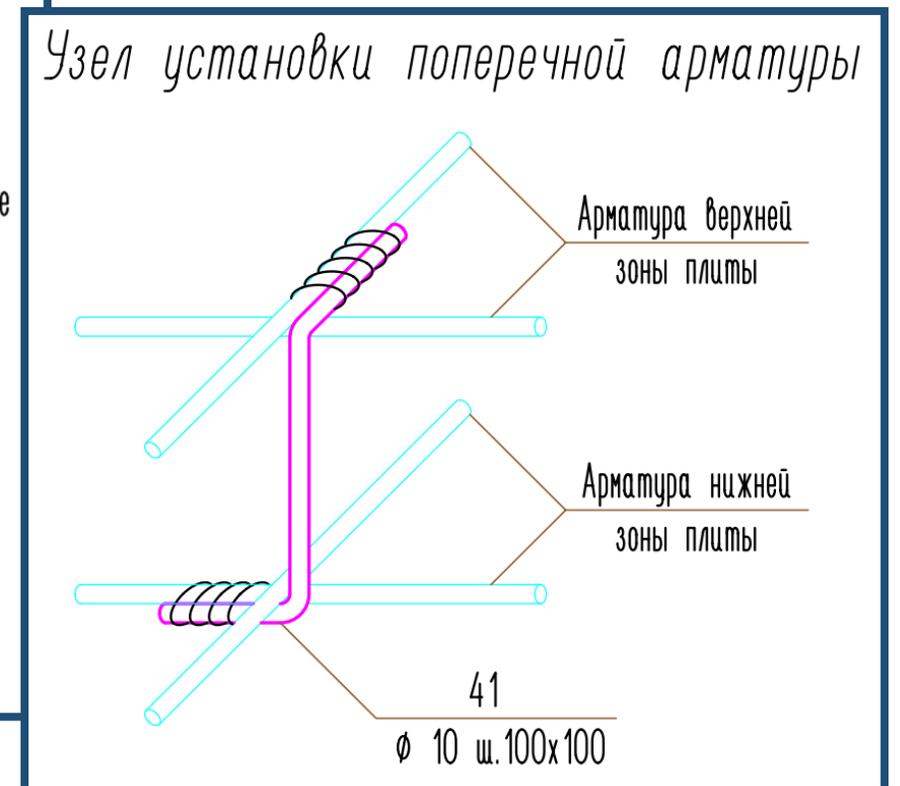
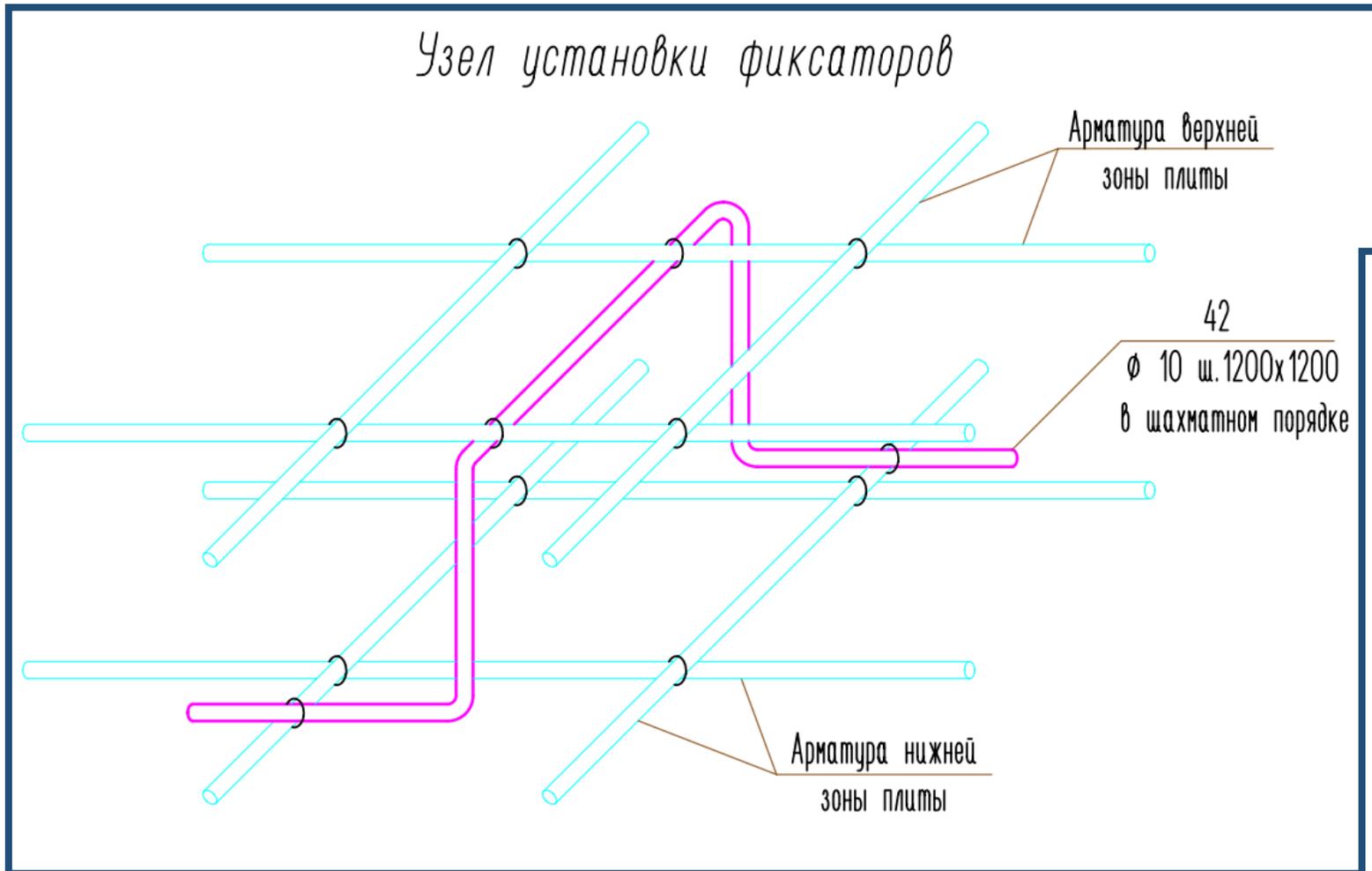
Определим предельное усилие, воспринимаемое бетоном:

$$F = 1200 \text{ кН} > F_{b,ult} = R_{bt} \cdot A_b = 1,05 \cdot 10^3 \cdot 1,02 = 1071 \text{ кН}$$

Требуется установка еще одного контура поперечной арматуры для предотвращения возможности образования пирамиды продавливания



# Пример 4. Фиксаторы и поперечная арматура



# Расчет на продавливание (п. 8.1.49-8.1.52 СП 63)

При действии сосредоточенных силы и моментов выполняется из условия:

$$\frac{F}{F_{b,ult} + F_{sw,ult}} + \frac{M_x}{M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult}} + \frac{M_y}{M_{by,ult} + M_{sw,y,ult}} \leq 1,$$

где  $M_x$  и  $M_y$  – сосредоточенные моменты или изгибающий момент в колонне

$M_{b,ult} = R_{bt} \cdot W_{b,min} \cdot h_0$  – предельный момент, воспринимаемый бетоном

$W_{b,min}$  – условный момент сопротивления грани основания призмы единичной ширины (контура в виде полосы шириной, равной безразмерной единице):

$$W_{b,min,x} = \frac{I_{bx}}{y_{max}} \quad \text{и} \quad W_{b,min,y} = \frac{I_{by}}{x_{max}}$$

$I_{bx}$  и  $I_{by}$  ( $y_{max}$  и  $x_{max}$ ) – условные моменты инерции основания призмы единичной ширины (максимальные расстояния до граней основания призмы) относительно центральных осей  $X_1$  и  $Y_1$  соответственно

# Расчет на продавливание (п. 8.1.49-8.1.52 СП 63)

Предельные усилия  $M_{sw,x,ult}$  и  $M_{sw,y,ult}$ , воспринимаемые поперечной арматурой, расположенной равномерно вдоль основания условной призмы, определяются по формуле:

$$M_{sw,ult} = 0,8q_{sw} \cdot W_{sw} = \frac{0,8R_{sw} \cdot A_{sw} \cdot W_{b,min}}{s_w},$$

при этом должны выполняться условия:

$$F_{b,ult} + F_{sw,ult} \leq 2F_{b,ult}$$

$$M_{bx,ult} + M_{sw,x,ult} \leq 2M_{bx,ult} \quad \text{и} \quad M_{by,ult} + M_{sw,y,ult} \leq 2M_{by,ult}$$

Для круглых колонн диаметром  $D$  при равномерном расположении поперечной арматуры условный момент сопротивления окружности основания цилиндра продавливания определяется по формуле:

$$W_b = W_{sw} = \frac{\pi(D + h_0)^2}{4}$$

# Условные моменты инерции (п. 8.1.51 СП 63)

При совпадении центров тяжести основания условной призмы и площадки приложения нагрузки:

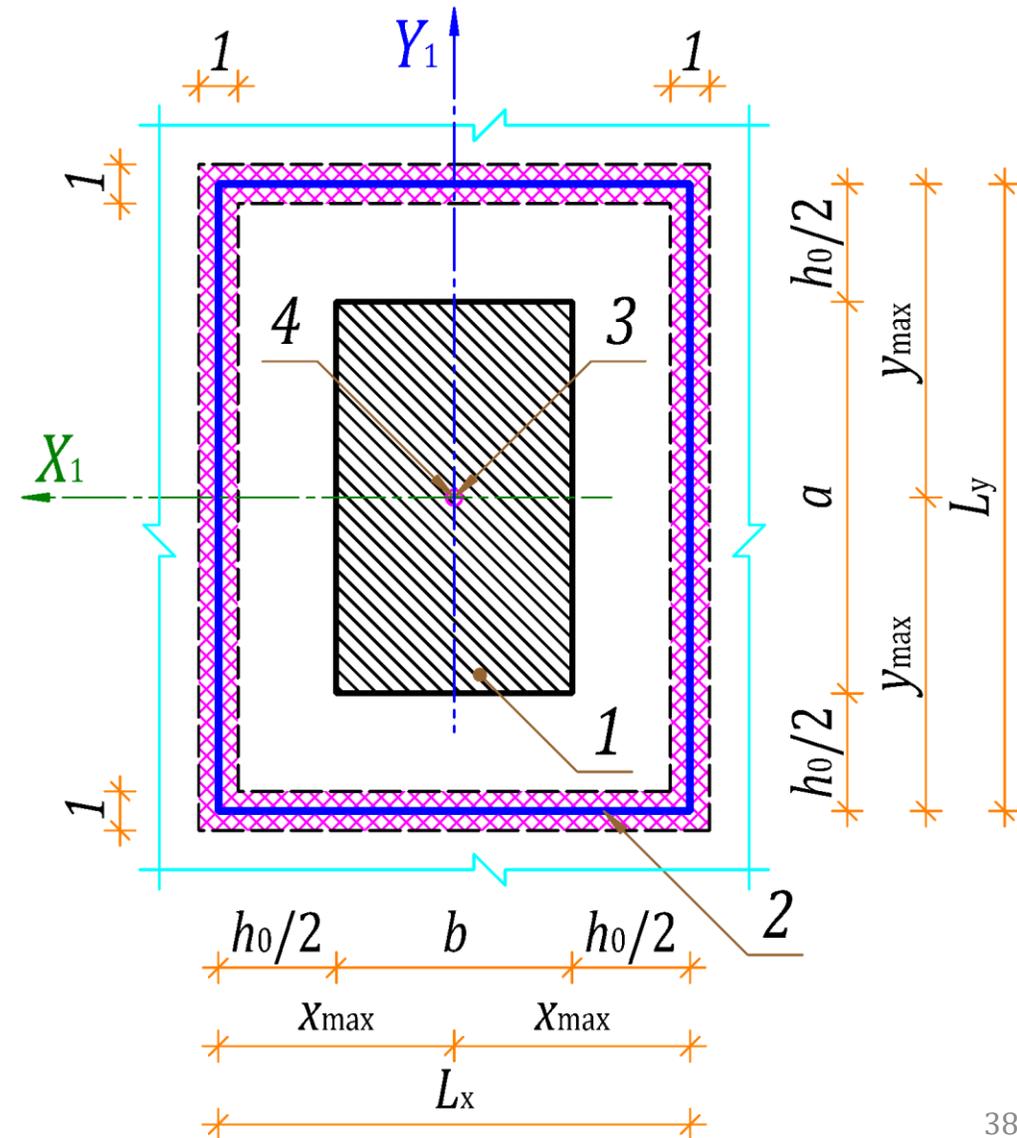
$$I_{bx} = I_{bx1} + I_{bx2} = \frac{L_y^3}{6} + \frac{L_x \cdot L_y^2}{2},$$

где  $I_{x1}$  – условный момент инерции вертикальных полос единичной ширины:

$$I_{x1} = 2 \cdot \frac{1 \cdot L_y^3}{12} = \frac{L_y^3}{6}$$

$I_{x2}$  – условный момент инерции горизонтальных полос единичной ширины:

$$I_{x2} = 2 \cdot L_x \cdot 1 \cdot \left(\frac{L_y}{2}\right)^2 = \frac{L_x \cdot L_y^2}{2}$$



# Условные моменты инерции (п. 8.1.51 СП 63)

При совпадении центров тяжести основания условной призмы и площадки приложения нагрузки:

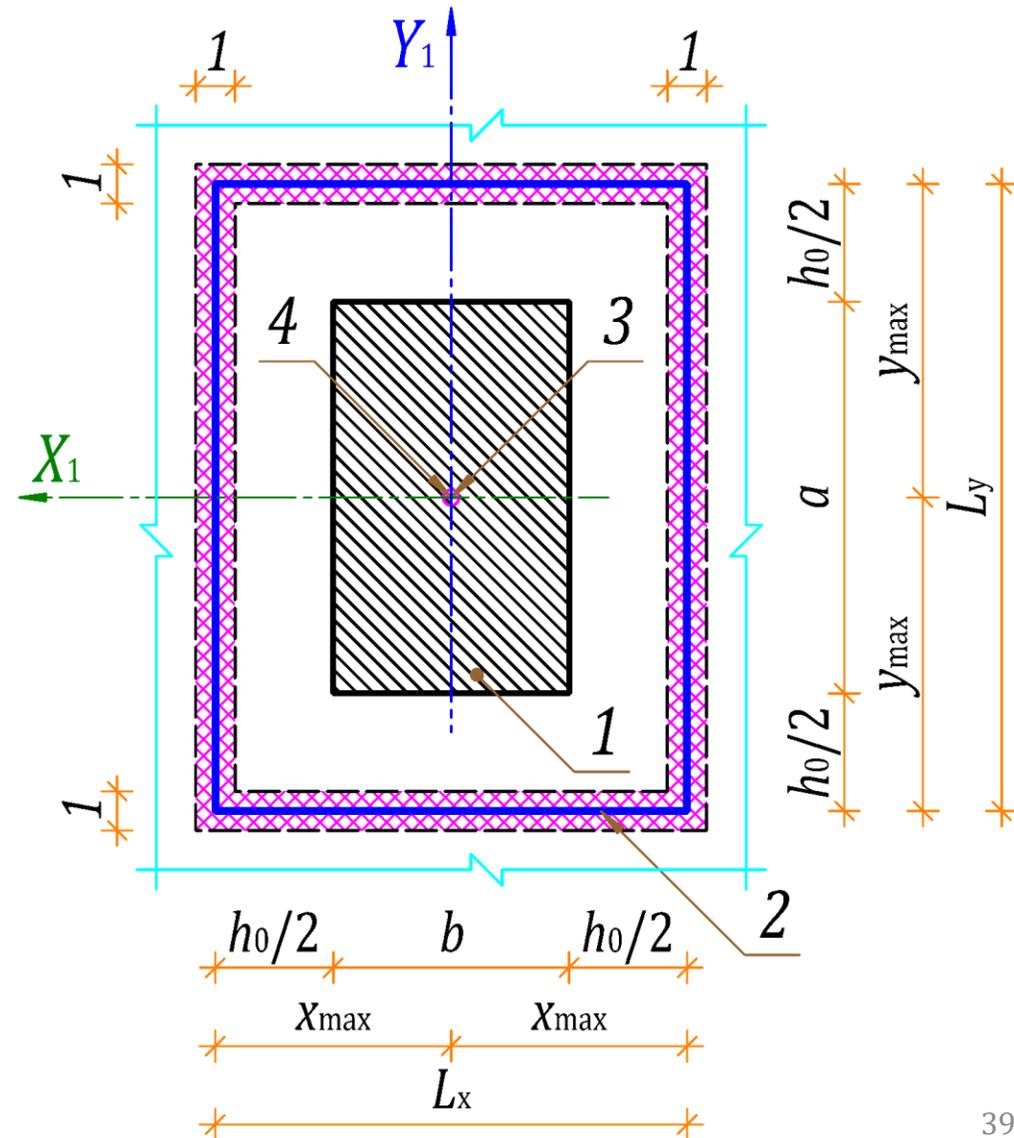
$$I_{by} = I_{by1} + I_{by2} = \frac{L_x^3}{6} + \frac{L_y \cdot L_x^2}{2},$$

где  $I_{y1}$  – условный момент инерции горизонтальных полос единичной ширины:

$$I_{y1} = 2 \cdot \frac{1 \cdot L_x^3}{12} = \frac{L_x^3}{6}$$

$I_{y2}$  – условный момент инерции вертикальных полос единичной ширины:

$$I_{y2} = 2 \cdot L_y \cdot 1 \cdot \left(\frac{L_x}{2}\right)^2 = \frac{L_y \cdot L_x^2}{2}$$





# Условные моменты инерции (п. 8.1.51 СП 63)

При несовпадении центров тяжести основания условной призмы и площадки приложения нагрузки:

$$x_0 = \frac{S_{y0}}{A_f} = \frac{L_y \cdot 1 \cdot L_x + L_x \cdot 1 \cdot L_x/2}{L_y + L_x} = \frac{L_y \cdot L_x + L_x^2/2}{L_y + L_x}$$

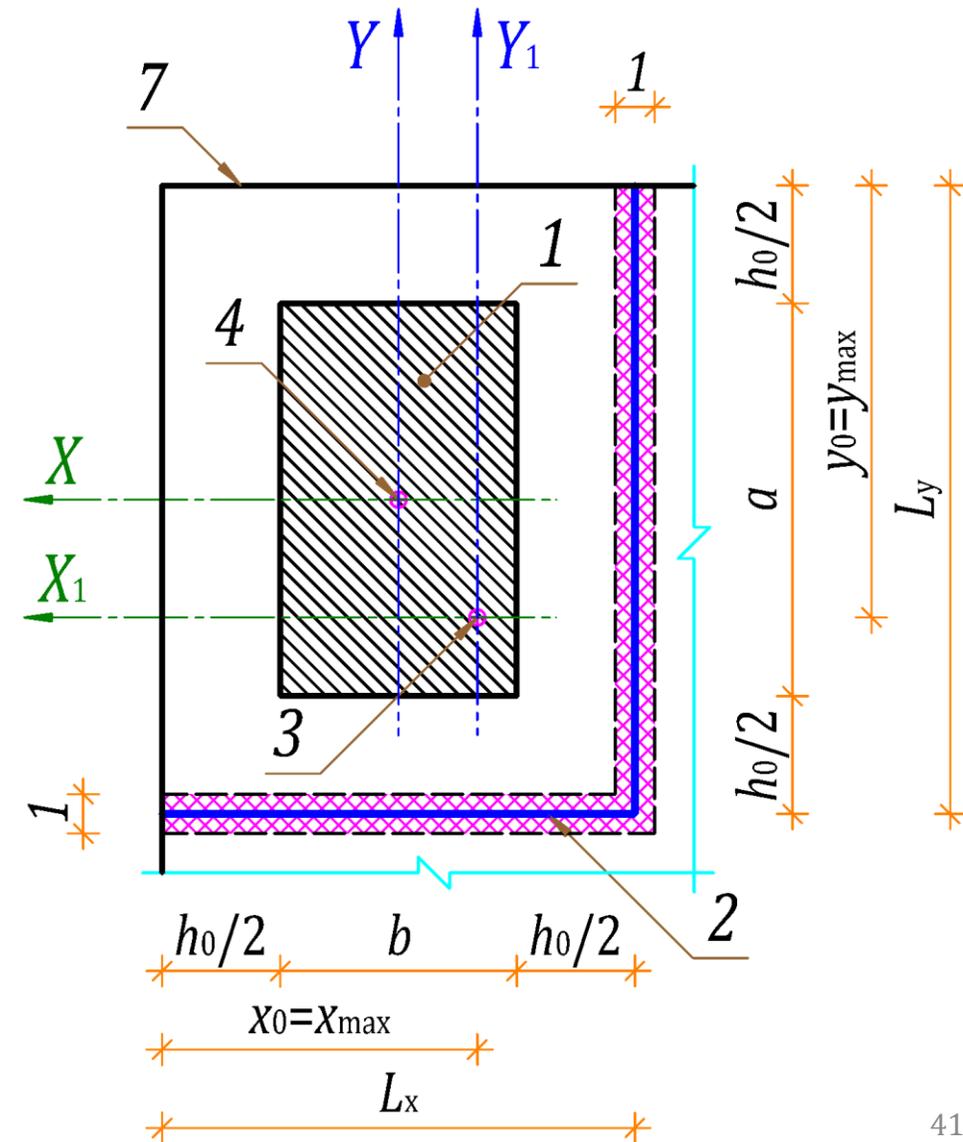
$$I_{by} = I_{by1} + I_{by2},$$

где  $I_{y1}$  – условный момент инерции горизонтальной полосы единичной ширины:

$$I_{y1} = \frac{1 \cdot L_x^3}{12} + 1 \cdot L_x \cdot \left(x_0 - \frac{L_x}{2}\right)^2 = \frac{L_x^3}{12} + L_x \left(x_0 - \frac{L_x}{2}\right)^2$$

$I_{y2}$  – условный момент инерции вертикальной полосы единичной ширины:

$$I_{y2} = L_y \cdot 1 \cdot (L_x - x_0)^2 = L_y(L_x - x_0)^2$$

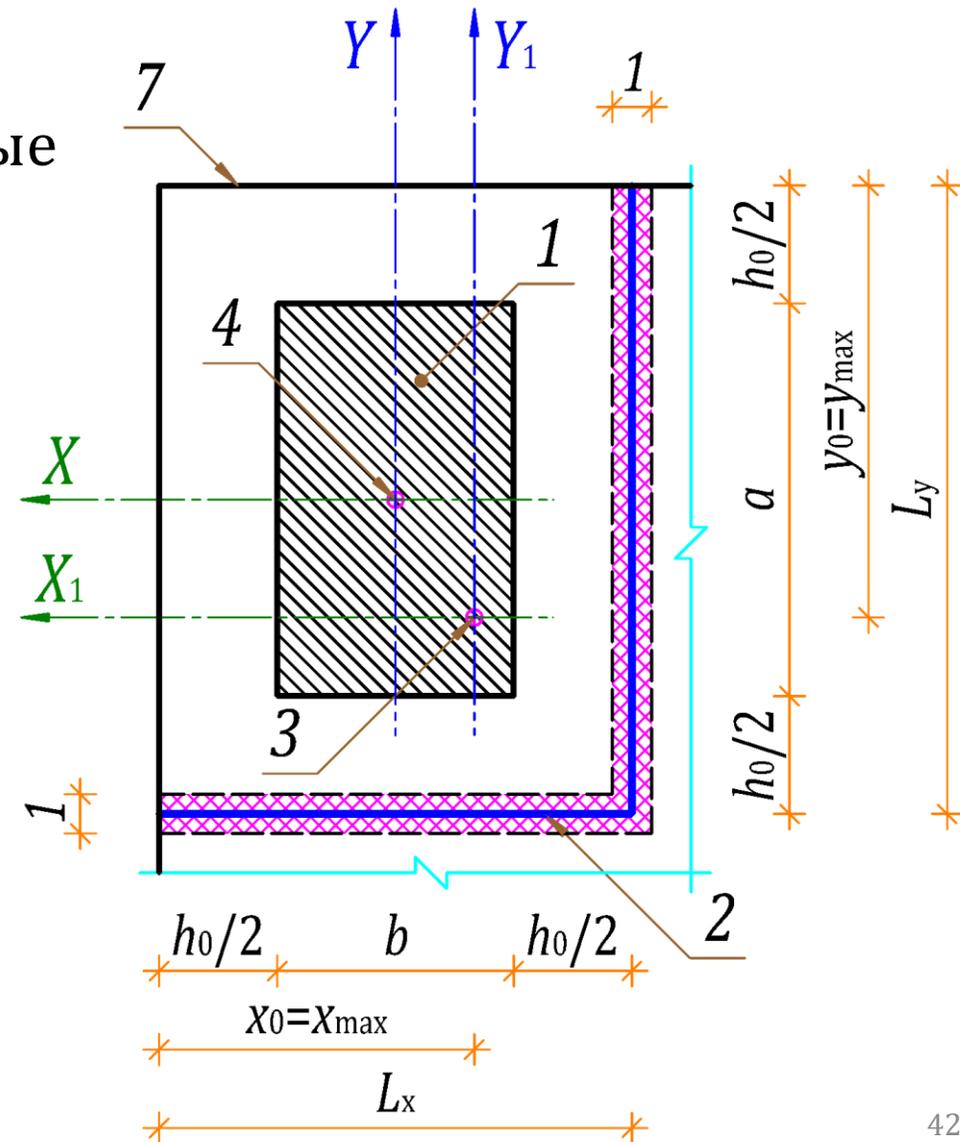


# Центр тяжести основания условной призмы

Находится на основе теоремы о моменте равнодействующем (на рисунке вспомогательные оси выбраны по свободным граням плиты):

$$y_0 = \frac{S_{x0}}{A_f} = \frac{\sum L_i \cdot y_i}{\sum L_i} = \frac{L_x \cdot L_y + L_y^2/2}{L_x + L_y}$$

$$x_0 = \frac{S_{y0}}{A_f} = \frac{\sum L_i \cdot x_i}{\sum L_i} = \frac{L_y \cdot L_x + L_x^2/2}{L_y + L_x}$$



# Продавливание происходит:

- В случае совершения **ошибок** в процессе проектирования и/или строительства, как в случае аварии на фото справа (покрытие стилобатной части здания в Москве вблизи Павелецкого вокзала)
- При **замене** или **отказе** от устройства капителей, подколонников или жесткой арматуры или когда на этапе эксплуатации не соблюдаются заданные в проекте параметры нагрузок и воздействий



# Литература:

- ГОСТ 7473-2010 Смеси бетонные
- ГОСТ 26633-2012 Бетоны тяжелые и мелкозернистые
- СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции

**ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр**

# **Строительные конструкции**

## **Лекция №21**



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

www: [mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/](http://mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/)

e-mail: [gbk@mgsu.ru](mailto:gbk@mgsu.ru); [dpekin@mail.ru](mailto:dpekin@mail.ru)

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.