ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр

Строительные конструкции

Лекция №15

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/
e-mail: gbk@mgsu.ru; dpekin@mail.ru
тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084
Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.

Лекция №15 – Расчет стальных конструкций

По первой группе предельных состояний (I группе ПС):

- Расчетные характеристики материалов
- Центрально растянутые и сжатые элементы
- Изгибаемые элементы
- Устойчивость элементов при центральном сжатии
- Сжатие или растяжение элементов с изгибом
- Устойчивость при внецентренном сжатии
- Устойчивость плоской формы изгиба стержней
- Дополнительные проверки прочности

Расчетные характеристики материалов:

Проката, гнутых профилей и труб на **растяжение**, **сжатие**, **изгиб**:

- $R_y = R_{yn}/\gamma_m$ – расчетное сопротивление стали по пределу текучести
- $R_u = R_{un}/\gamma_m$ – расчетное сопротивление стали по временному сопротивлению

На **сдвиг**:

- $R_s = 0{,}58R_{yn}/\gamma_m$ – расчетное сопротивление стали срезу

На **смятие** торцевой поверхности (при наличии пригонки) и местное в цилиндрических шарнирах (цапфах) при плотном касании:

- $R_p = R_{un}/\gamma_m$ и $R_{lp} = (0{,}5R_{un})/\gamma_m$ – соответствующие расчетные сопротивления

На диаметральное **сжатие** катков (при свободном касании в конструкциях с ограниченной подвижностью)

- $R_{cd} = (0{,}025R_{un})/\gamma_m$ – расчетное сопротивление диаметральному сжатию катков

γ_m – коэффициент надежности по **материалу** согласно табл. 3 СП 16.13330

Коэффициенты условий работы:

	Элементы конструкций	γ_c
1	**Балки** сплошного сечения и сжатые элементы ферм перекрытий под залами театров, клубов, кинотеатров, под трибунами, под помещениями магазинов, книгохранилищ и архивов и т.п. при временной нагрузке, не превышающей вес перекрытий	0,90
2	**Колонны**:	
	общественных и жилых зданий при постоянной нагрузке, равной не менее 0,8 расчетной	0,95
	многоэтажных зданий высотой до 150 м включительно	0,95
	двутаврового сечения многоэтажных зданий высотой более 150 м	0,90
	коробчатого сечения многоэтажных зданий высотой более 150 м	0,87
	опоры водонапорных башен	0,95
3	**Колонны** одноэтажных производственных зданий с мостовыми кранами	1,05
4	Сжатые **основные элементы** (кроме опорных) решетки составного таврового сечения из двух уголков в сварных фермах покрытий и перекрытий при расчете на устойчивость указанных элементов с гибкостью >60	0,80

Коэффициенты условий работы:

	Элементы конструкций	γ_c
5	**Растянутые элементы** (затяжки, тяги, оттяжки, подвески) при расчете на прочность по неослабленному сечению	0,90
6	**Элементы конструкций** из стали с пределом текучести до 440 МПа, несущие статическую нагрузку, при расчете на прочность по сечению, ослабленному отверстиями для болтов (кроме фрикционных соединений)	1,10
7	**Сжатые элементы решетки** пространственных решетчатых конструкций из одиночных уголков, прикрепляемые одной полкой (для неравнополочных уголков – большей полкой):	
	а) непосредственно к поясам сварными швами либо двумя болтами и более, установленными вдоль уголка:	
	раскосы по рисунку 15, *а* и распорки по рисунку 15, *б, в, е*	0,90
	раскосы по рисунку 15, *в, г, д, е*	0,80
	б) непосредственно к поясам одним болтом или через фасонку независимо от вида соединения	0,75

Коэффициенты условий работы:

	Элементы конструкций	γ_c
8	**Сжатые элементы** из одиночных уголков, прикрепляемых одной полкой (для неравнополочных уголков - меньшей полкой), за исключением элементов плоских ферм из одиночных уголков и элементов, указанных в позиции 7 настоящей таблицы, раскосов по рисунку 15, *б*, прикрепляемых непосредственно к поясам сварными швами либо двумя болтами и более, установленными вдоль уголка, и плоских ферм из одиночных уголков	0,75
9	**Опорные плиты** из стали с пределом текучести до 390 МПа, несущие статическую нагрузку, толщиной, мм:	
	а) до 40	1,20
	б) св. 40 до 60	1,15
	в) св. 60 до 80	1,10

Примечания: **1** Коэффициенты $\gamma_c < 1$ при расчете совместно учитывать не следует

2 При расчете на прочность по сечению, ослабленному отверстиями для болтов, коэффициенты условий работы, приведенные в позициях 6 и 1; 6 и 2; 6 и 3 следует учитывать совместно

3 При расчете опорных плит коэффициенты, приведенные в позициях 9 и 2, 9 и 3, следует учитывать совместно

4 Коэффициенты для элементов, приведенных в позициях 1 и 2, следует учитывать также при расчете их соединений

5 В случаях, не оговоренных в настоящей таблице, в формулах следует принимать $\gamma_c = 1$

Центрально растянутые элементы

По **I группе ПС** рассчитываются в предположении **равномерного** распределения напряжений в поперечном сечении по формулам:

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leq R_y \cdot \gamma_c \quad \text{и} \quad \sigma_{pl} = \frac{N}{A_n} \leq \frac{R_u}{\gamma_u} \cdot \gamma_c$$

где $N = N_n \cdot \gamma_f$ – продольная сила в элементе при расчетной нагрузке

A_n – площадь нетто поперечного сечения элемента; γ_c – коэффициент условий работы

R_y – расчетное сопротивление стали растяжению по пределу текучести

R_u – расчетное сопротивление стали растяжению по временному сопротивлению

γ_m – коэффициент надежности по материалу

$\gamma_u = 1{,}3$ – коэффициент надежности в расчетах по временному сопротивлению

Расчет **центрально сжатых** элементов при условии обеспечения их устойчивости выполняется по аналогии с центрально растянутыми элементами

Изгибаемые элементы

По **I группе ПС** при пролетах значительно превышающих высоту поперечного сечения и согласно гипотезы плоских сечений (Бернулли) рассчитываются по формулам:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_{n,min}} \leq R_y \cdot \gamma_c \quad \text{и} \quad \tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot t_w} \leq R_s \cdot \gamma_c$$

где M и Q – максимальные момент и поперечная сила от расчетной нагрузки

$W_{n,min}$ – минимальный момент сопротивления нетто поперечного сечения элемента

S – статический момент сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси

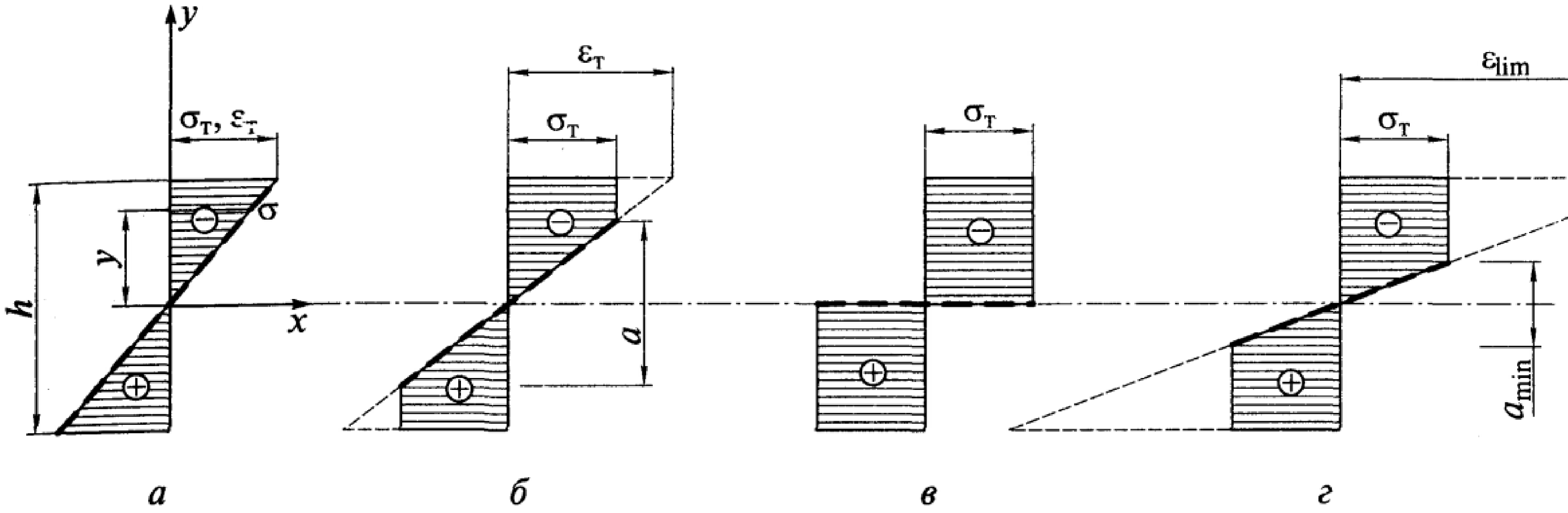
I и t_w – момент инерции всего сечения и толщина стенки элемента

R_y и R_s – расчетное сопротивление стали растяжению по пределу текучести и сдвигу

γ_c – коэффициент условий работы

Область применения гипотезы Бернулли

Экспериментально подтверждается при пролетах значительно превышающих высоту поперечного сечения – в 5 и более раз, т. о. изменение деформаций по высоте сечения происходит по **линейному** закону, напряжения распределяются аналогично только **до** предела текучести $\sigma_т$ – рис. **а)**:



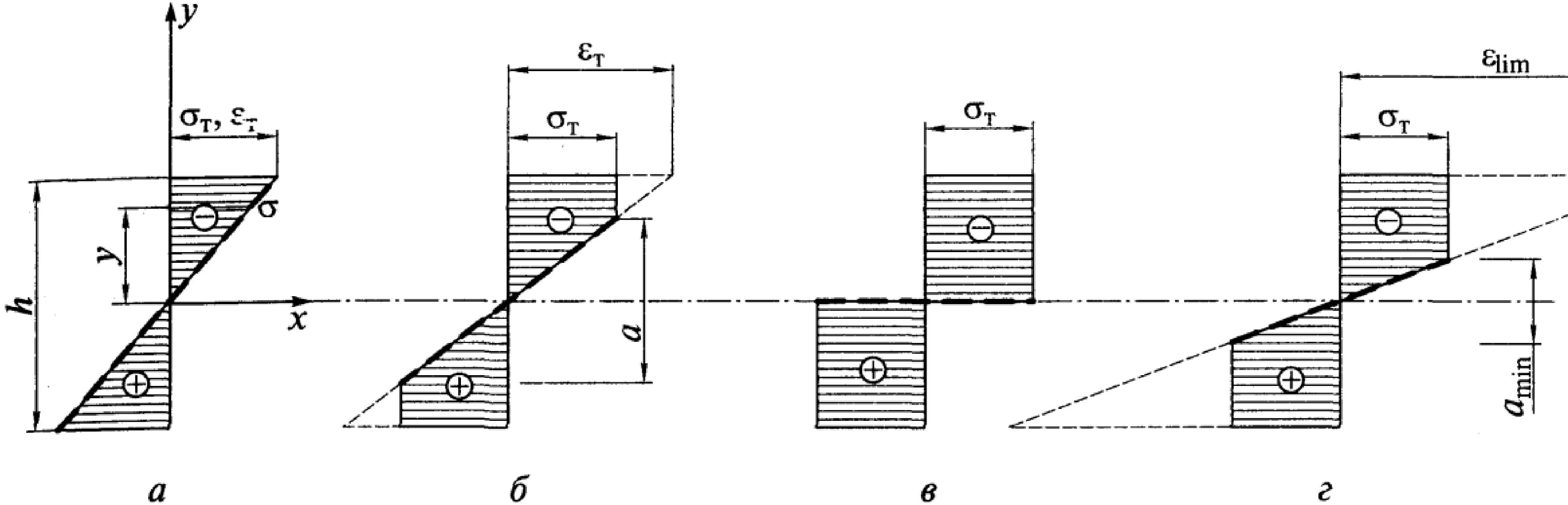
а) – в **упругой** стадии; б) – в **упруго-пластической**

в) – **пластический** шарнир; г) – при **ограниченной** пластичности

Упругопластическая работа

Приводит к увеличению деформаций в сечении балки – штриховая линия на рис. **б)**, при этом рост напряжений будет ограничен пределом текучести $\sigma_т$ – сплошная линия на рис. **б)**

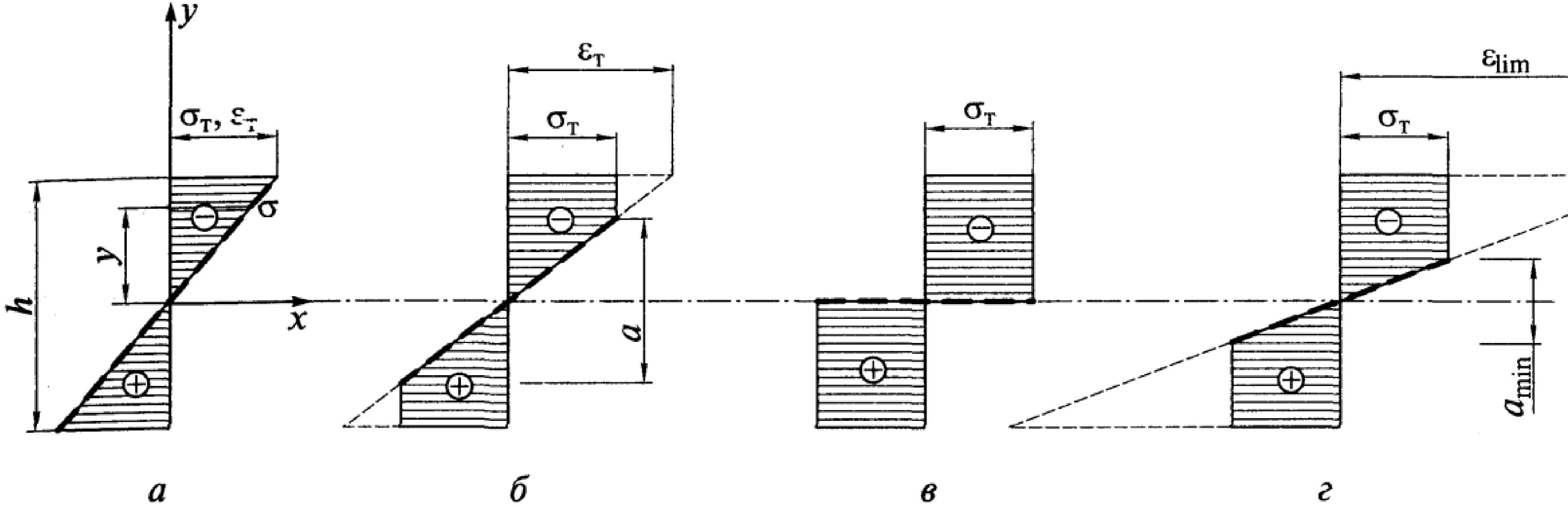
Упругое ядро высотой $\boldsymbol{a}$, где $\sigma < \sigma_т$, будет уменьшаться, а прогиб балки $\boldsymbol{y}$ будет резко нелинейно возрастать и несущая способность асимптотически приближаться к **предельной**. Полное **исчерпание** несущей способности балки по указанной схеме наступит при $a \to 0$, т. е. когда все сечение будет охвачено пластичностью – рис. **в)**



Пластический шарнир

Соответствует эпюре напряжений, состоящей из двух разнозначных прямоугольников с ординатами $\sigma = \pm\sigma_т$. При этом график деформаций вырождается в горизонтальную линию – штриховая линия на рис. **в)**, при этом деформации $\varepsilon \to \pm\infty$, что практически невозможно, так как материал обладает ограниченной деформативностью ε_{lim}, после которой наступает разрушение – рис. **г)**

Реальное разрушение металлических балок происходит всегда в упругопластической стадии при $a_{min} > 0$

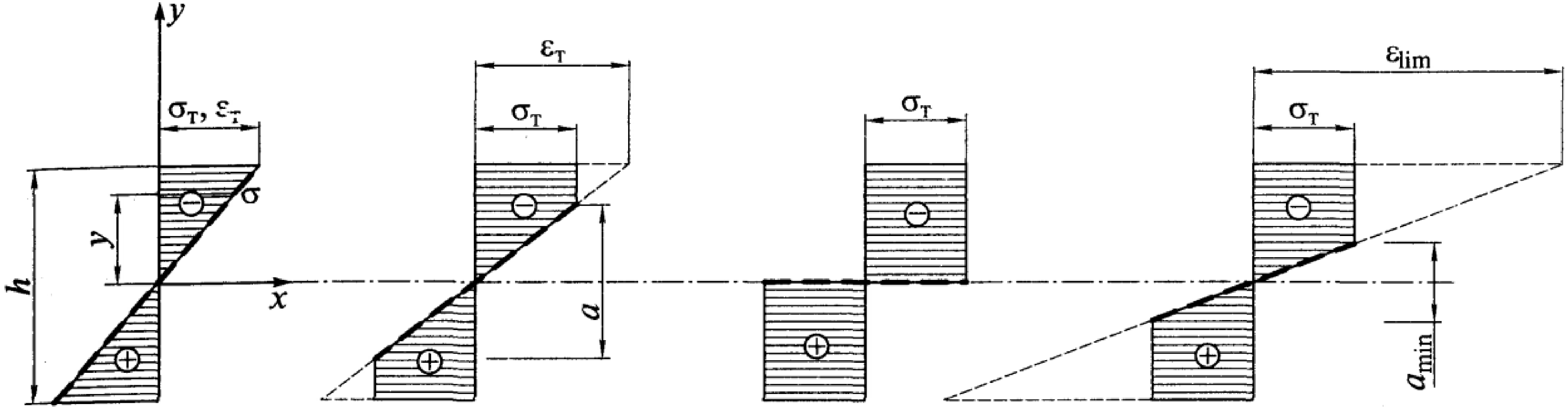


Предельный момент

В пластическом шарнире для балки произвольного сечения определяется исходя из эпюры, представленной на рис. **в)**, по формуле:

$$M_{пл} = \sigma_т \iint\limits_A y dA = \sigma_т(|S_в| + |S_н|) = \sigma_т \cdot W_{пл}$$

где $S_в$ и $S_н$ – статические моменты верхней и нижней частей относительно нейтральной оси при пластическом шарнире; dA – элементарная площадь сечения



а *б* *в* *г*

Пластический момент сопротивления

В целях унификации с **упругим** моментом сопротивления W обозначается $W_{пл}$, но имеет другой физический смысл и равен абсолютной сумме статических моментов верхней и нижней частей сечения относительно нейтральной оси:

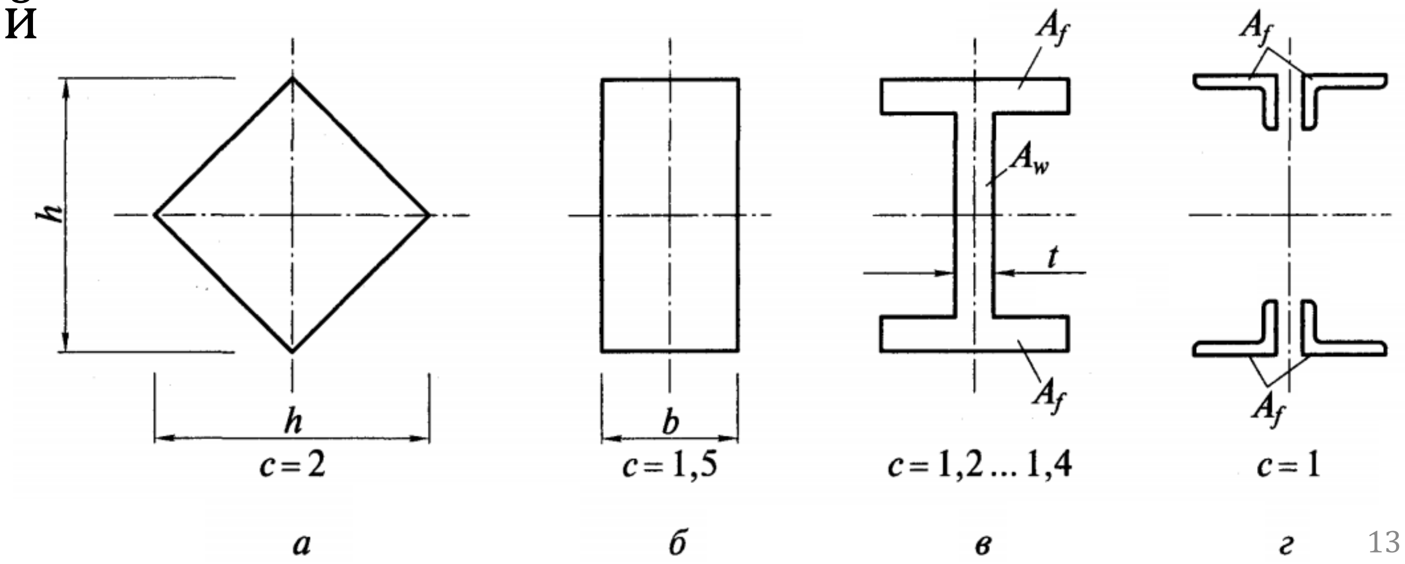
$$W_{пл} = |S_в| + |S_н|$$

Для симметричных сечений, показанных на рисунке: $S_в = S_н = S \rightarrow W_{пл} = 2S$

где S – статический момент полусечения относительно нейтральной оси

Коэффициент $\boldsymbol{c}$, характеризующий резерв несущей способности изгибаемого элемента и обусловленный **пластической** работой материала:

$$c = \frac{W_{пл}}{W} = \frac{M_{пл}}{M}$$



Коэффициент резерва несущей способности

Для двутаврового сечения – рис. **в)**, вычисляется следующим образом:

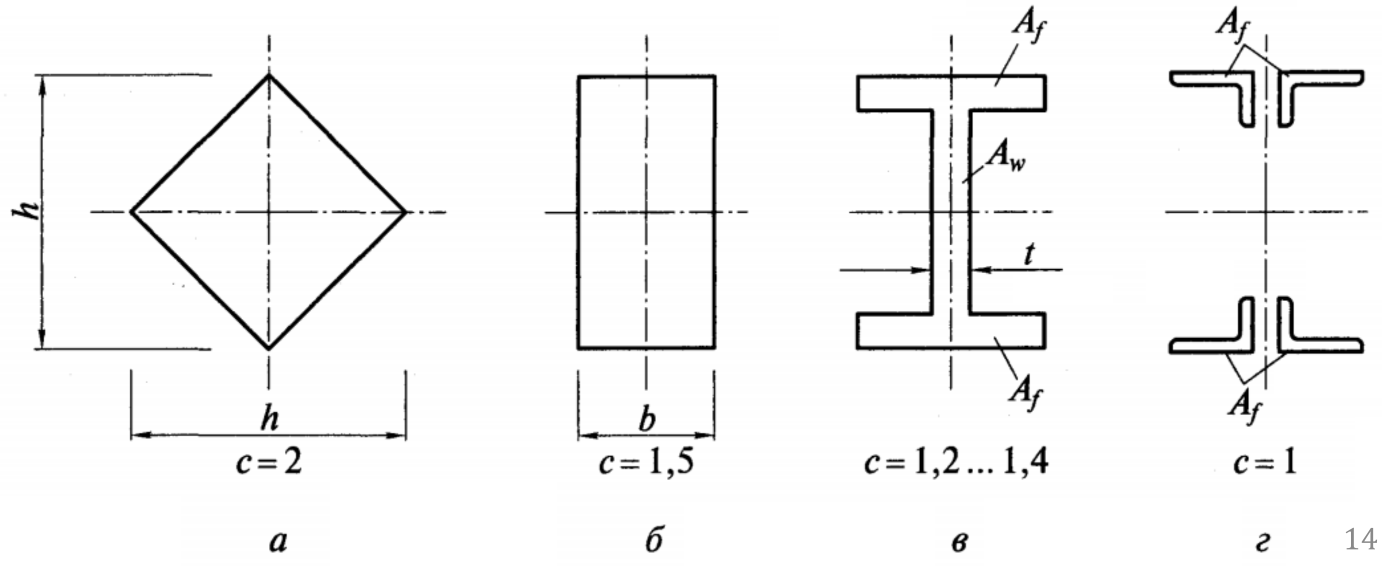
$$W_{пл} = 2S \cong 2\left(A_f \frac{h}{2} + \frac{A_w}{2} \cdot \frac{h}{4}\right) = A_f \cdot h + A_w \frac{h}{4} = A_w \cdot h \left(\frac{A_f}{A_w} + \frac{1}{4}\right)$$

$$W = \frac{2I}{h} \cong \frac{2}{h}\left[2A_f \left(\frac{h}{2}\right)^2 + \frac{t \cdot h^3}{12}\right] = A_f \cdot h + A_w \frac{h}{6} = A_w \cdot h \left(\frac{A_f}{A_w} + \frac{1}{6}\right)$$

где A_f / A_w – отношение площадей поперечного сечения пояса и стенки,

тогда коэффициент $\boldsymbol{c}$:

$$c = \frac{W_{пл}}{W} = \frac{\dfrac{A_f}{A_w} + \dfrac{1}{4}}{\dfrac{A_f}{A_w} + \dfrac{1}{6}}$$

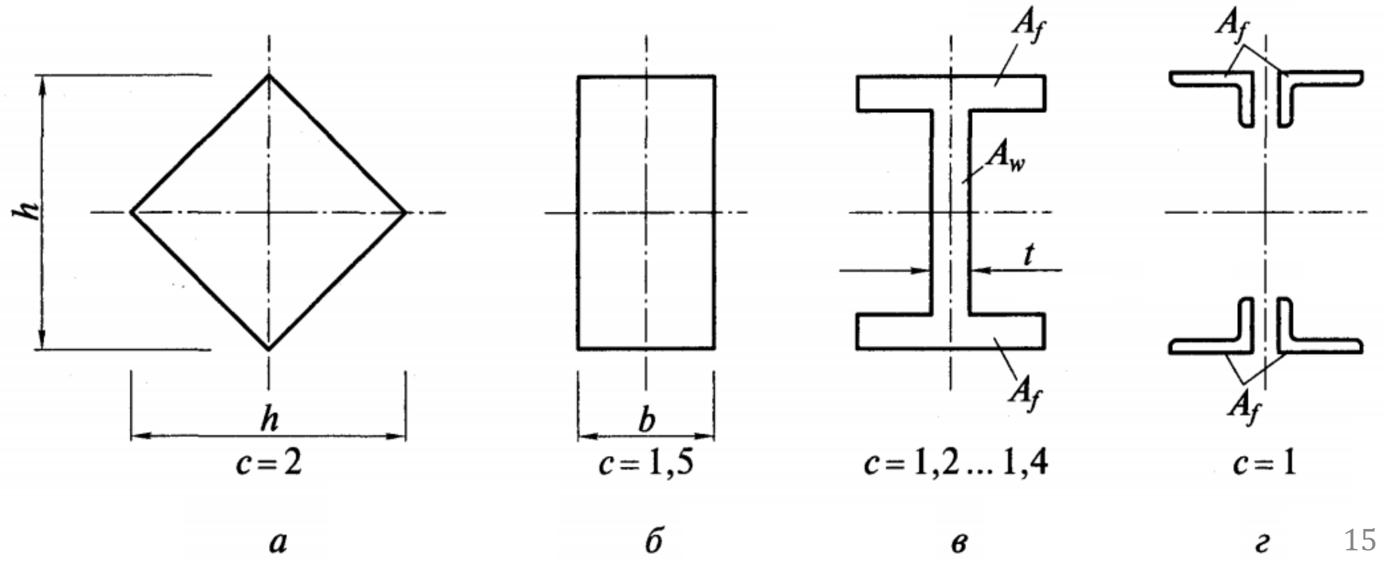


Коэффициенты резерва несущей способности

Устремляя площадь поясов двутавра к нулю $A_f \to 0$, из двутаврового – рис. **в)** получаем прямоугольное сечение – рис. **б)**, а из предыдущей формулы $c = 1{,}5$, т. е. при использовании пластических деформаций несущая способность балки прямоугольного сечения возрастает в 1,5 раза

Устремляя площадь стенки к нулю $A_w \to 0$, как и в предыдущем случае, из двутавра получаем расчетное сечение фермы либо балки с гибкой стенкой – рис. **г)**, в которых изгибающий момент воспринимается практически только **поясами**, тогда из предыдущей формулы получаем $c = 1{,}0$

Действительно, **пояса** фермы при шарнирном сопряжении элементов в узлах работают на **осевое** растяжение (сжатие). Появление в поясах **пластических** деформаций приводит к исчерпанию несущей способности **изгибаемого** элемента (фермы), поэтому для таких сечений пластического резерва нет



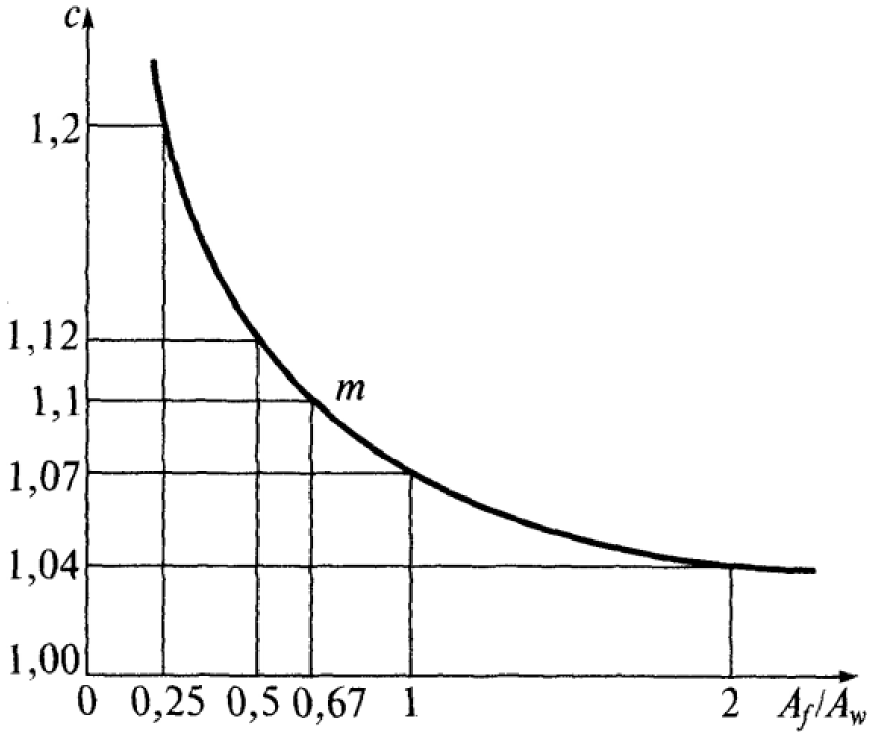
Коэффициент резерва для двутавров

Для **прокатных** двутавров различных типов в среднем $A_f/A_w \cong 0{,}67$, чему соответствует значение $c = 1{,}1$

Для **составных** двутавров значения коэффициента c, вычисленные по предыдущей формуле, приведены на рисунке в диапазоне практически используемых отношений A_f/A_w

Практический выбор формы поперечного **сечения** изгибаемых элементов зависит от **многих** факторов, среди которых одним из главных является **расход** материала, так как стоимость его составляет около **80**% общей стоимости конструкции

Распределение **пластических** деформаций по длине балки зависит от типа опор и характер распределения нагрузит по ее длине



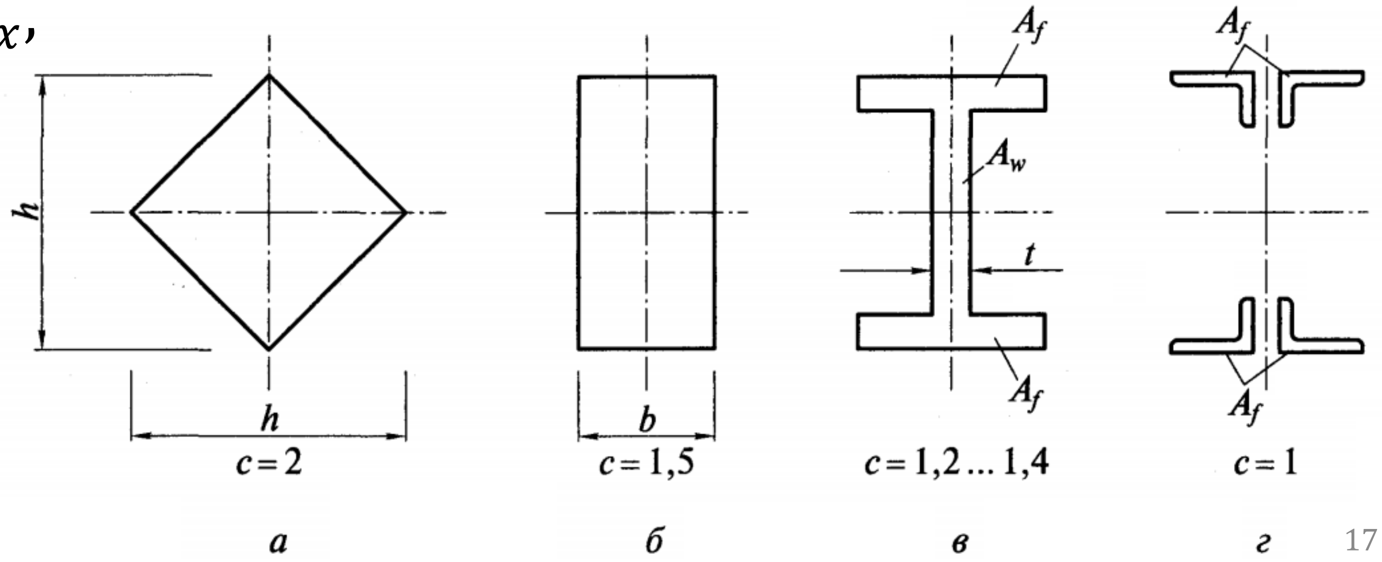
Расчет изгибаемых элементов с учетом пластики

Выполняется по аналогии с упругой стадией работы путем замены W_n на $W_{n,\text{пл}} = c \cdot W_n$ по формулам:

$$\sigma = \frac{M}{c \cdot W_n} \leq R_y \cdot \gamma_c \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{M}{W_n} \leq c \cdot R_y \cdot \gamma_c \quad \text{при} \quad \tau_{xy} \leq 0{,}5 R_s \cdot \gamma_c$$

Сравнивая это выражение с исходным, видно, что формально учет пластических деформаций сводится к **повышению** R_y умножением на величину c

Кроме нормальных напряжений σ_x, в балках возникают также касательные напряжения τ_{xy}, зависящие от поперечной силы Q, и локальные напряжения σ_y в местах передачи на балку **сосредоточенных** нагрузок



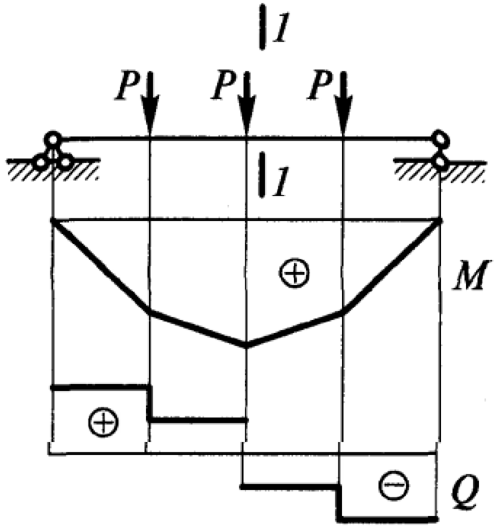
Расчет с учетом сложного НДС и пластики

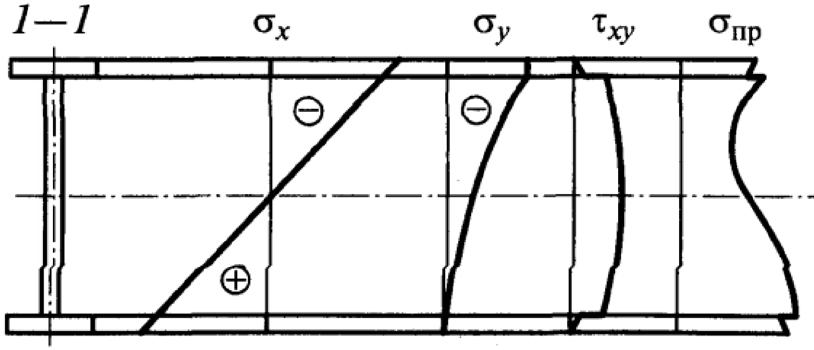
Выполняется на основе критерия пластичности $\sigma_{пр} = \sigma_{т}$ по формуле:

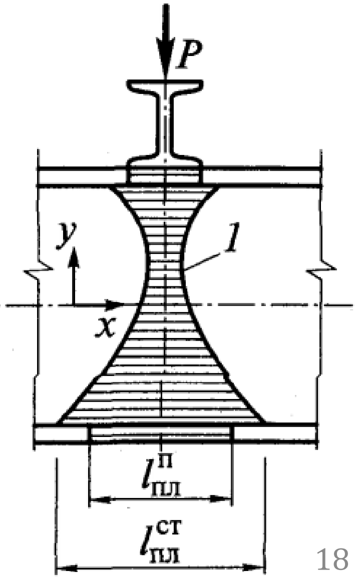
$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \leq 1{,}15 R_y \cdot \gamma_c \quad \text{при} \quad \tau_{xy} \leq R_s \cdot \gamma_c$$

где 1,15 – коэффициент, учитывающий развитие **пластических** деформаций в балке по аналогии с коэффициентом резерва несущей способности ***c***

Например, для балок, загруженных сосредоточенными силами при частом их расположении по пролету – рис. **а)**, определяющей будет компонента σ_x







а

Пластическая область в балке

По характеру будет близка к показанной на рисунке:

а) – расчетная схема балки

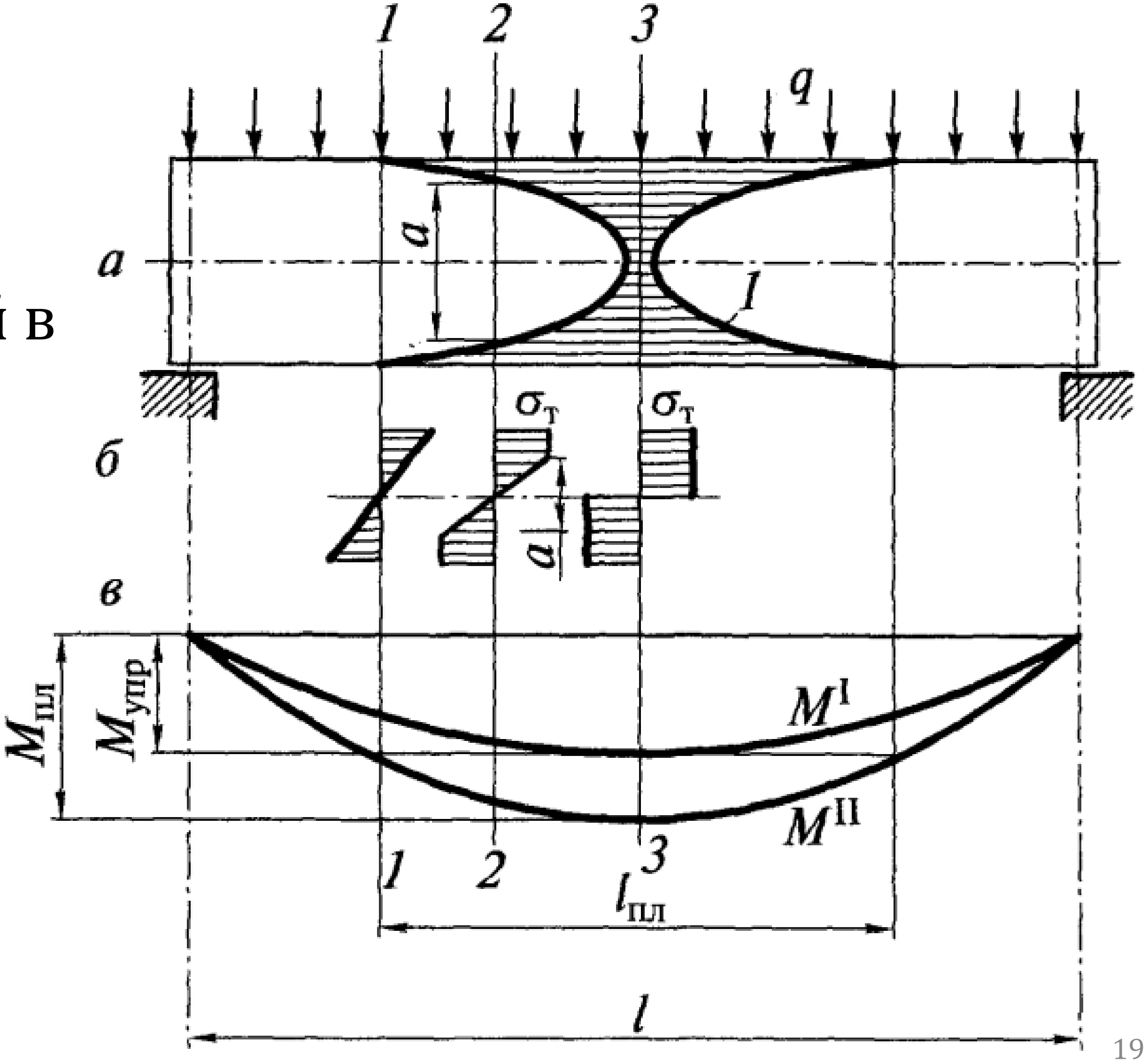
б) – эпюры нормальных напряжений в различных сечениях балки

в) – эпюры изгибающих моментов

1 – зона пластических деформаций

M^{I} – предельная эпюра при упругой работе материала

M^{II} – предельная эпюра при появлении пластического шарнира



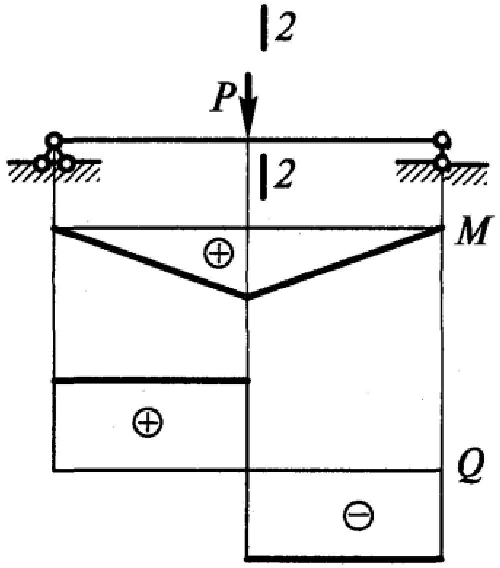
Расчет с учетом сложного НДС и пластики

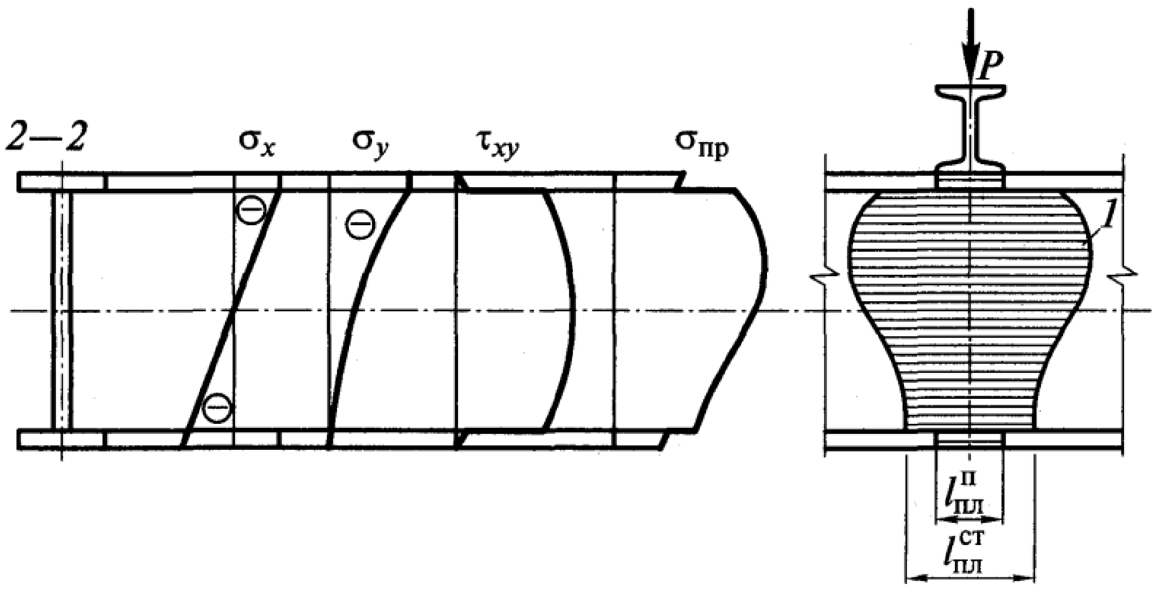
Выполняется на основе критерия пластичности $\sigma_{пр} = \sigma_т$ по формуле:

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \leq 1{,}15 R_y \cdot \gamma_c \quad \text{при} \quad \tau_{xy} \leq R_s \cdot \gamma_c$$

где 1,15 – коэффициент, учитывающий развитие **пластических** деформаций в балке по аналогии с коэффициентом резерва несущей способности ***c***

При большой сосредоточенной нагрузке Q и балке с малым пролетом – рис. **б)** определяющим может быть напряжение τ_{xy}





б

Изгиб в двух плоскостях с учетом пластики

Прочность допускается проверять по упрощенной формуле:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{c_x \cdot \beta \cdot W_{xn,min}} + \frac{M_y}{c_y \cdot W_{yn,min}} \leq R_y \cdot \gamma_c \quad \text{при} \quad \tau_y = \frac{Q_y}{2A_f} \leq 0{,}5R_s$$

где M_x и M_y – изгибающие моменты от расчетной нагрузки относительно осей X и Y

$W_{xn,min}$ и $W_{yn,min}$ – минимальные моменты сопротивления нетто поперечного сечения элемента относительно осей X и Y соответственно

c_x и c_y – коэффициенты формы сечения, принимаемые по таблице Е.1 СП16.13330

$\beta = 1$ при $\tau_x \leq 0{,}5R_s$ и $\beta = 1 - \dfrac{0{,}2}{A_f/A_w + 0{,}25}\left(\dfrac{\tau_x}{R_s}\right)^4$ при $0{,}5R_s < \tau_x \leq 0{,}9R_s$

τ_x и τ_y – касательные напряжения, параллельные осям X и Y соответственно

R_y и R_s – расчетное сопротивление стали растяжению по пределу текучести и сдвигу

γ_c – коэффициент условий работы

Расчет прочности стенок балок

Не укрепленных ребрами жесткости, при действии местного напряжения σ_{loc} в верхнем поясе и на опорах балок, следует выполнять по формуле:

$$\sigma_{loc} = \frac{F}{l_{ef} \cdot t_w} \leq R_y \cdot \gamma_c$$

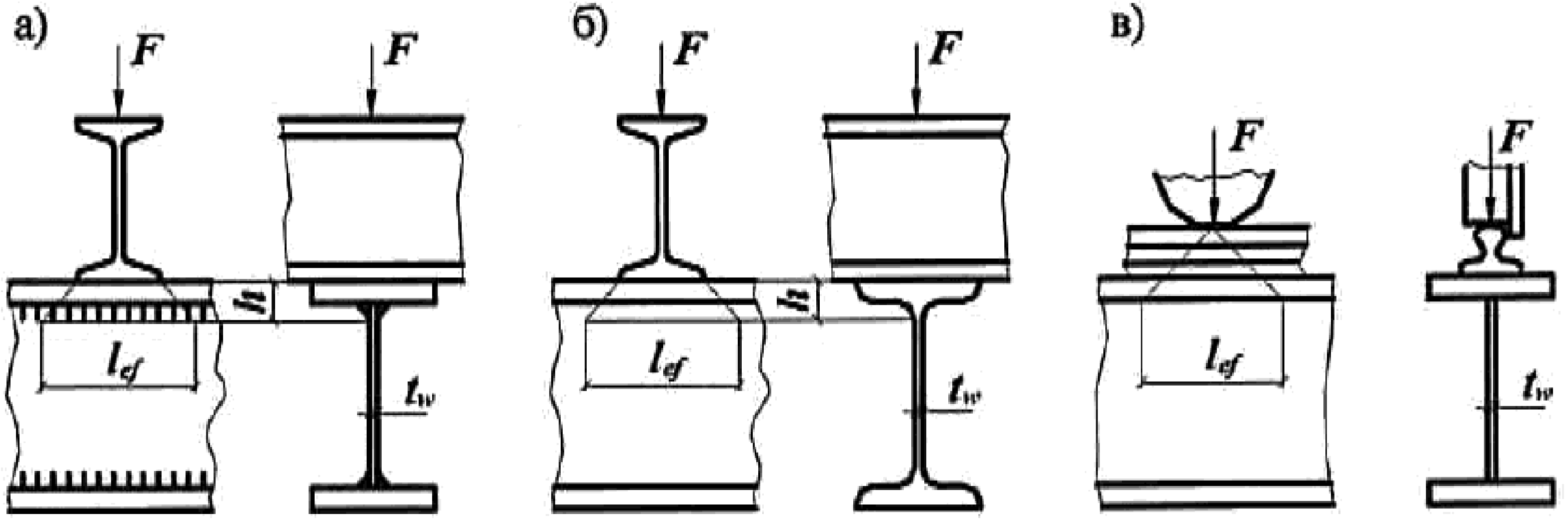
где F – расчетное значение нагрузки (силы)

l_{ef} – условная длина распределения местной нагрузки

$l_{ef} = b + 2h$ – для рис. **а)** и **б)**

$l_{ef} = \Psi\sqrt{I_{ef}/t_w}$ – для рис. **в)**

$\Psi = 3{,}25(4{,}5)$ – для прокатных и сварных балок (для балок с фрикционными поясными соединениями)



Элементы конструкций разделяются на классы

В зависимости от напряженно-деформированного состояния (НДС) расчетного сечения:

- **1-й** класс – НДС, при котором напряжения по всей площади сечения не превышают расчетного сопротивления стали $|\sigma| \leq R_y$ (упругое состояние сечения)
- **2-й** класс – НДС, при котором в одной части сечения $|\sigma| \leq R_y$, а в другой $|\sigma| = R_y$ (упруго-пластическое состояние сечения)
- **3-й** класс – НДС, при котором по всей площади сечения $|\sigma| = R_y$ (пластическое состояние сечения, условный пластический шарнир)

Общие положения расчета при изгибе:

- В зависимости от **назначения** и **условий эксплуатации** конструкций расчет изгибаемых элементов (балок) следует выполнять **без учета** или **с учетом** пластических деформаций в соответствии с подразделением элементов на **три** класса
- Балки **1-го** класса следует применять для нагрузок всех видов и рассчитывать в пределах упругих деформаций; балки 2-го и 3-го классов следует применять для статических нагрузок и рассчитывать с учетом развития пластических деформаций
- Балки крановых путей под краны групп режимов работы **1К-8К** по СП 20.13330 при расчете на прочность следует относить к **1-му** классу
- **Бистальные** балки следует относить ко **2-му** классу и рассчитывать с учетом ограниченных пластических деформаций в стенке, значения которых следует определять при достижении расчетного сопротивления R_{yf} в поясах, выполненных из более прочной стали

Устойчивость центрально сжатых элементов

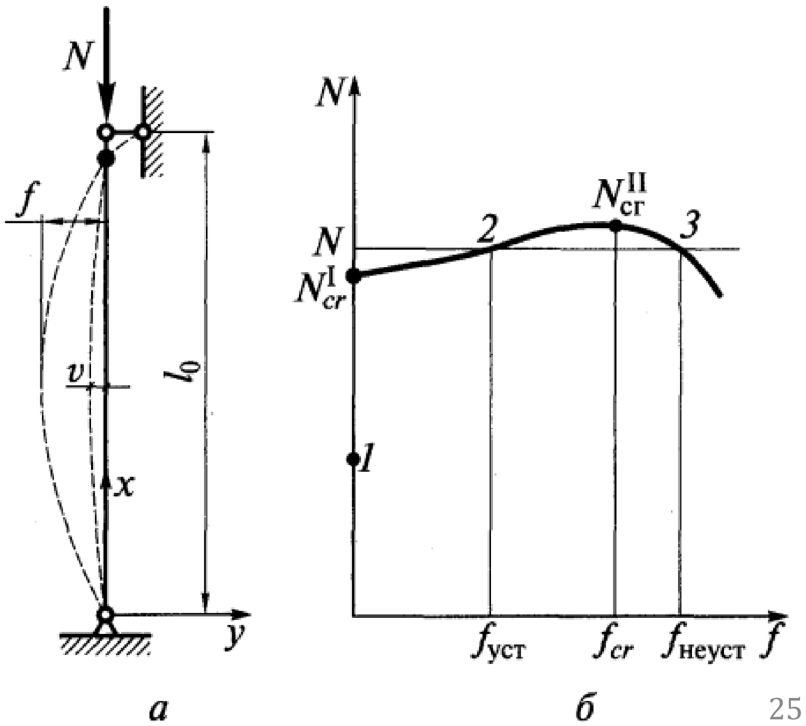
Исчерпание несущей способности длинных гибких стержней, работающих на осевое сжатие – рис. **а)**, происходит от **потери устойчивости**

Поведение стержня под нагрузкой характеризуется графиком, представленным на рис. **б)**. Вначале с ростом нагрузки стержень сохраняет прямолинейную форму – устойчивое состояние

При достижении критической нагрузки $N = N_{cr}^{\mathrm{I}}$, стержень начинает резко **выпучиваться**

Дальнейший (небольшой) рост внешней нагрузки будет сопровождаться быстрым увеличением поперечного **прогиба** стержня f

После достижения максимальной нагрузки – второй критической силы $N = N_{cr}^{\mathrm{II}}$ – стержень теряет несущую способность (неустойчивое состояние)



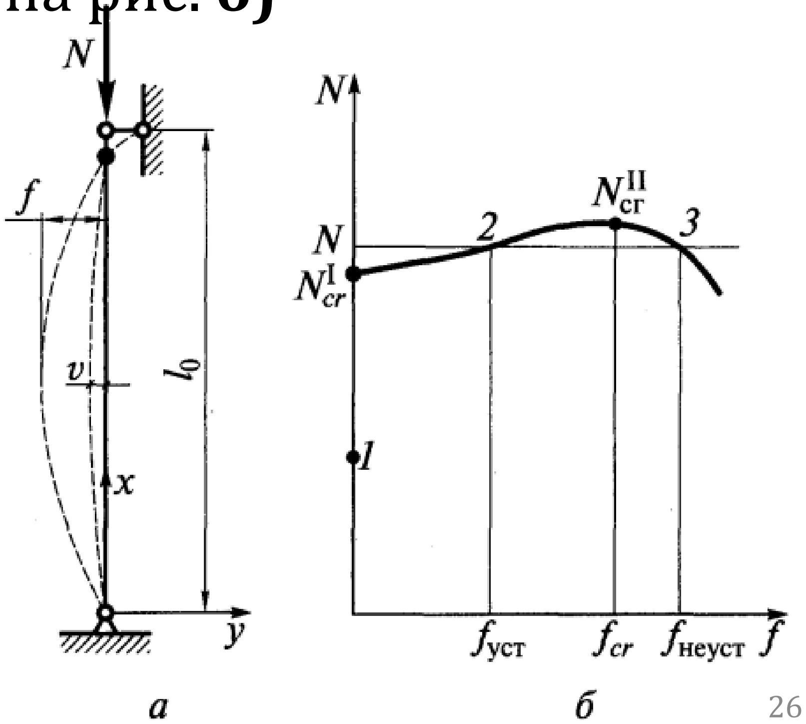
Устойчивость равновесия

В приведенном описании термины «устойчивое состояние» или «неустойчивое состояние», «критическая сила» характеризовались соотношением между сжимающей силой и прогибом стержня, т. е. внешним его поведением

Такое определение является далеко не полным. Например, устойчивое состояние может быть при $f = 0$ и $f > 0$ – точки **1** и **2** на рис. **б)**

Однако при $f > 0$ стержень может находиться в устойчивом состоянии (точка **2**) и неустойчивом (точка **3**) при **одинаковой** сжимающей силе N

Критическое состояние может быть при $f = 0$ и $f > 0$ (точки N_{cr}^{I} и N_{cr}^{II}). Строгое определение этих состояний можно дать на основе **энергетических принципов** с использованием понятия виртуальной работы, совершаемой внешними и внутренними силами на возможном перемещении



Энергетические принципы и виртуальная работа

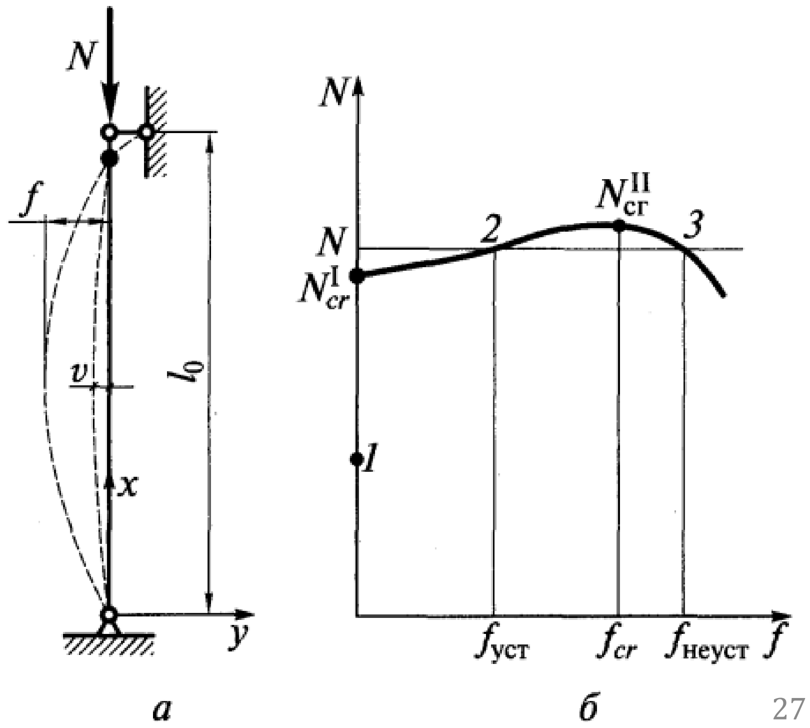
При фиксированном $N = const$, задавая стержню возможное перемещение, можно подсчитать приращение работ внешних δA_e и внутренних δA_i сил

Если $\delta A_i > \delta A_e$, то состояние стержня будет **устойчивым**, при $\delta A_i < \delta A_e$ – **неустойчивым**, при $\delta A_i = \delta A_e$ – **критическим**

В первом случае разница между виртуальными работами **возвращает** систему в первоначальное состояние

Во втором случае приращения работы внутренних сил δA_i, **недостаточно**, чтобы вернуть систему в первоначальное состояние, стержень теряет **устойчивость**

Третий случай является **пограничным** или **критическим**



Замена приращений работ на моменты

При изучении проблемы устойчивости стержней приращения работ на возможных перемещениях можно заменить приращениями соответствующих моментов δM_e и внутренних δM_i вследствие их прямой пропорциональной зависимости

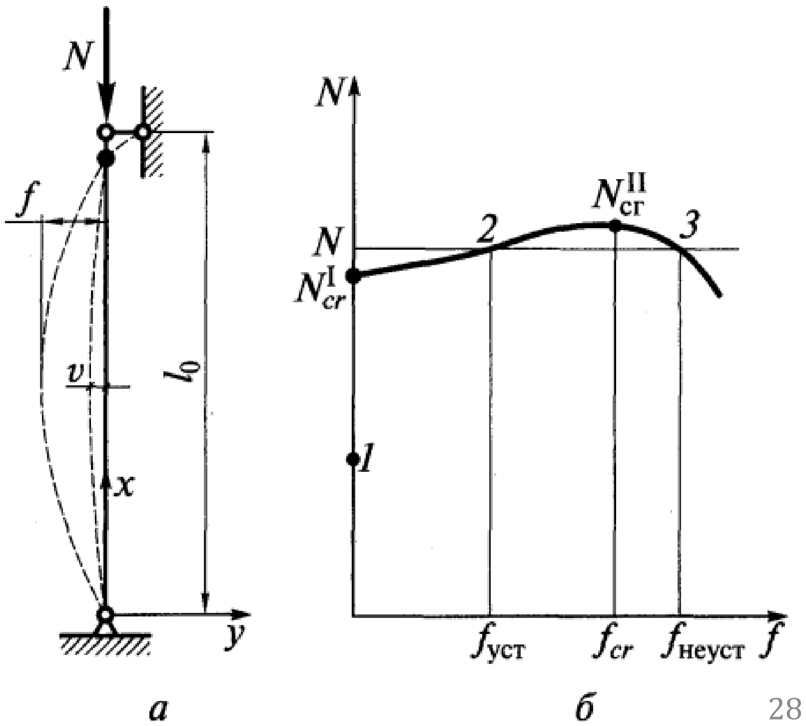
Для идеально упругого и прямолинейного стержня – рис. **а)** при фиксированном $N = const$ приращение момента внешних сил при возможном прогибе с амплитудой v равно:

$$\delta M_e = N \cdot v$$

Приращение момента внутренних сил:

$$\delta M_i = K \cdot EI$$

где EI – изгибная жесткость; $K = -y''$ – кривизна



Критическая сила

Задавая форму возможного перемещения стержня по синусоиде:

$$y = -v \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l_0}\right),$$

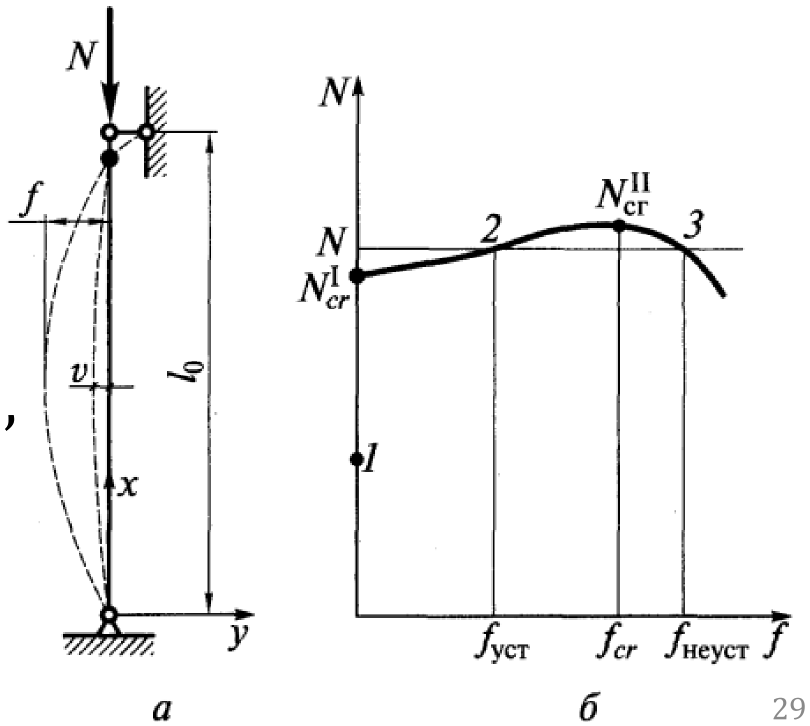
определим величину кривизны K на середине высоты $l_0/2$:

$$K = -y'' = \left(-v \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{l_0}\right) \cdot \frac{\pi}{l_0}\right)' = v \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l_0}\right) \cdot \frac{\pi^2}{l_0^2} =$$

$$= v \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot l_0}{2 \cdot l_0}\right) \cdot \frac{\pi^2}{l_0^2} = v\frac{\pi^2}{l_0^2},$$

подставляя это выражение в $\delta M_i = K \cdot EI$ и $\delta M_i = \delta M_e$, получим:

$$v\frac{\pi^2}{l_0^2}EI = N \cdot v \quad \rightarrow \quad N_{cr}^{\mathrm{I}} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$



Критическое напряжение в упругой стадии

Вычисляется по формуле:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}^{\mathrm{I}}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{A \cdot l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i^2}{l_0^2} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

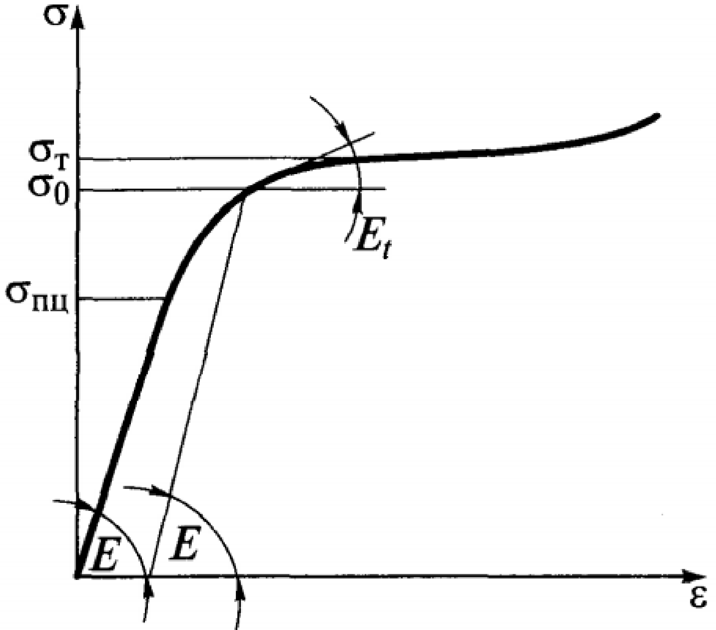
где A – площадь поперечного сечения стержня; $i = \sqrt{I/A}$ – радиус инерции;

$\lambda = l_0/i$ – гибкость стержня; $l_0 = \mu \cdot l$ – расчетная длина

μ – коэффициент расчетной длины

Эта формула справедлива при постоянном модуле упругости E, т. е. при напряжениях, не превышающих предел пропорциональности $\sigma_{cr} \le \sigma_{пц}$, при этом:

$$\lambda \ge \pi\sqrt{E/\sigma_{пц}}$$

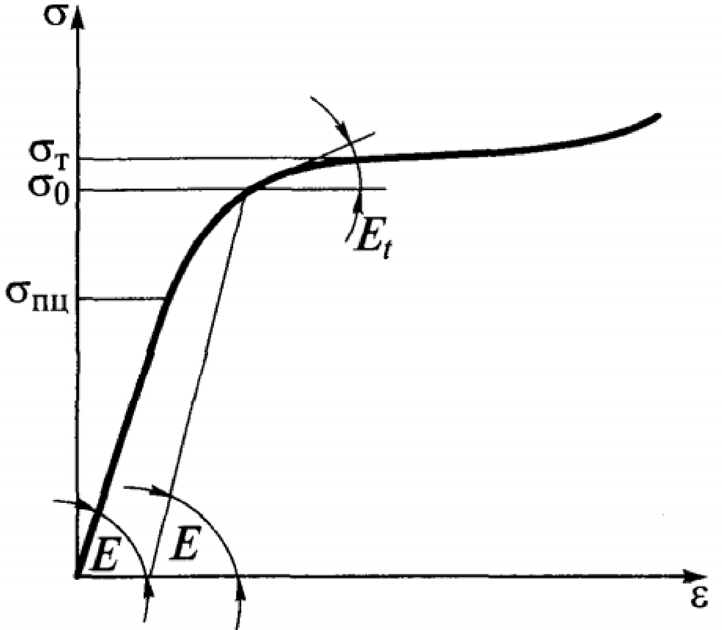


Критическое напряжение в УП стадии

Для **обычных** строительных сталей $\sigma_{пц} = 200$ МПа, следовательно, $\lambda \geq \pi\sqrt{2{,}06 \cdot 10^5/200} \cong 100$, для сталей **повышенной** прочности применимость формулы Эйлера ограничена значением $\lambda \geq 85$

При λ меньше указанных стержни теряют устойчивость в упругопластической стадии работы материала с **касательным модулем деформации** E_t и при критических напряжениях вычисляемых по формуле:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot T}{\lambda^2}$$



где $T = (E \cdot I_1 + E_t \cdot I_2)/I$ – приведенный модуль деформаций

E и E_t – модули упругости и деформаций соответственно

I_1 и I_2 – моменты инерции упругой и упругопластической области сечения соответственно

Зависимость σ_{cr} от λ

Приведена на графике:

1 – кривая Эйлера

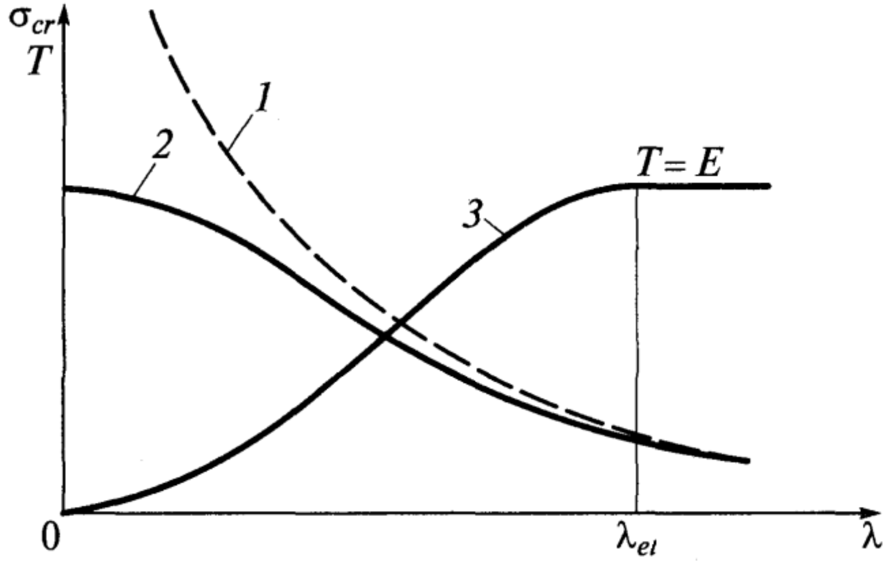
2 – кривая критических напряжения для стали Ст3

3 – зависимость приведенного модуля деформаций T от гибкости λ

На оси абсцисс λ_{el} это предельное значение λ, ограничивающее применение формулы Эйлера

При $\lambda < \lambda_{el}$ вид кривых σ_{cr} и T существенно зависит от вида кривой **работы материала**, а следовательно от марки стали (влияние E_t)

При вычислении σ_{cr} существенное влияние оказывает **форма сечения** и **ориентация** главных осей

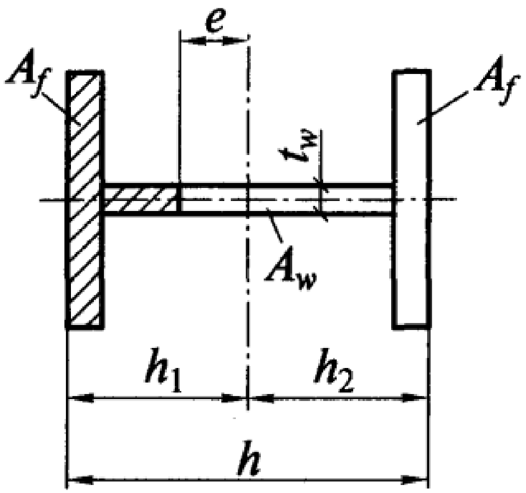


Влияние формы и ориентации сечения

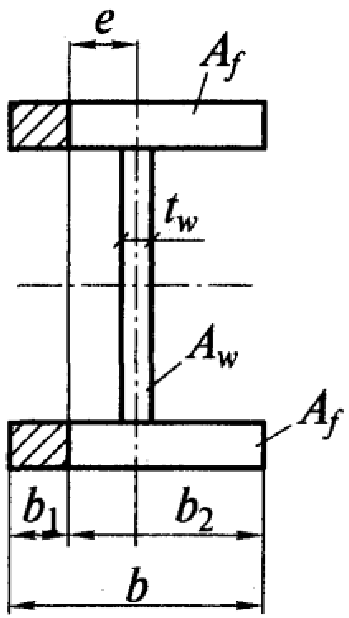
На зависимость σ_{cr} от λ приведена на рис. **в)**

Рис. **а)** – потеря устойчивости двутаврового стержня в плоскости стенки

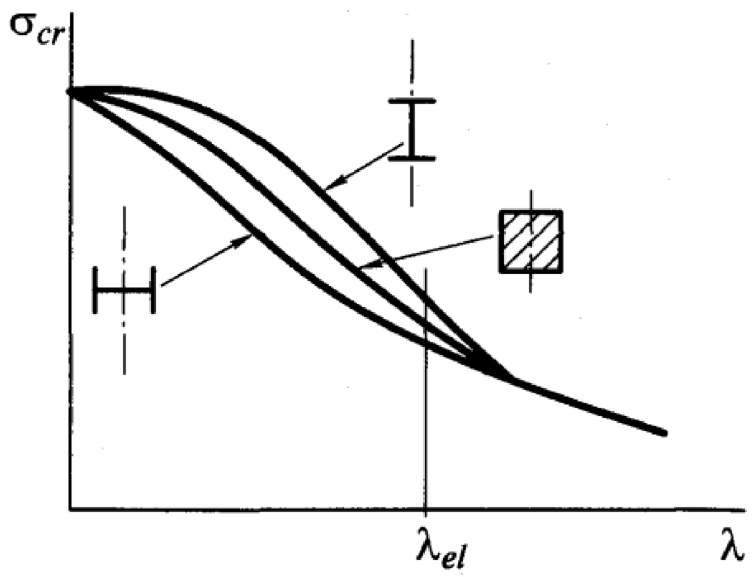
Рис. **б)** – потеря устойчивости двутаврового стержня в плоскости полок



а



б



в

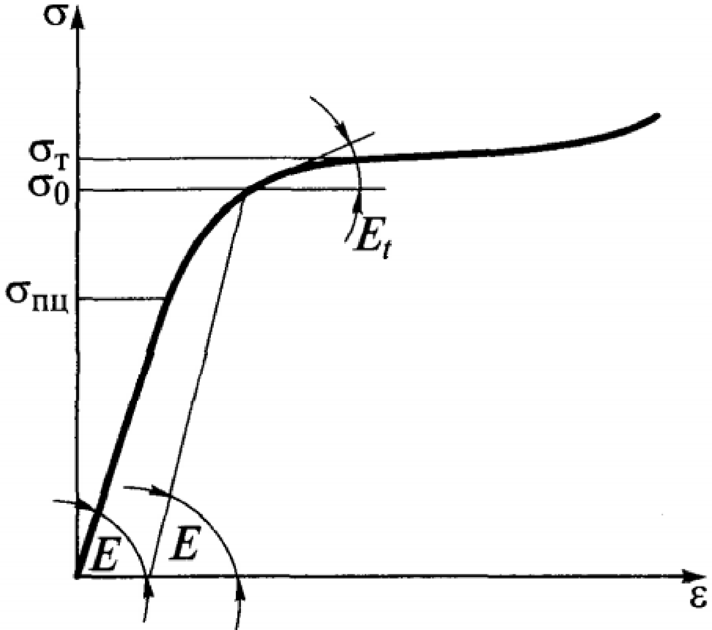
Критическое напряжение в пластической стадии

Если деформации сжатия в процессе продольного изгиба растут, т. е. разгрузки части сечения не происходит, то все сечение будет находиться в пластическом состоянии, характеризуемом касательным модулем деформации E_t

В этом случае критические напряжения в пластической области определяются по формуле:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E_t}{\lambda^2}$$

В этом случае критические напряжения σ_{cr} будут меньше по сравнению критическими напряжениями, определяемыми в упругопластической стадии на основе приведенного модуля деформации T

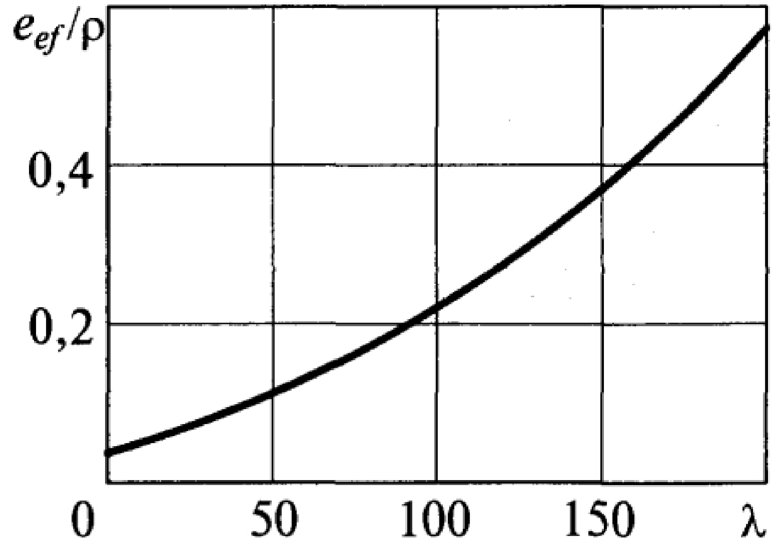


Эксцентриситет сжимающей силы

Ранее рассматривался **идеально прямой** стержень с нагрузкой, приложенной строго по оси. В реальных конструкциях таких условий практически не существует. Ось стержня всегда имеет некоторые искривления, конструктивное оформление концов сжатых стержней не может обеспечить идеальную центровку сжимающей силы, что приводит к заметному **снижению** критических напряжений

Учет влияния указанных факторов осуществляется введением в расчет некоторого **эквивалентного** эксцентриситета сжимающей силы e_{ef}

Этот **эксцентриситет** зависит от многих случайных факторов: технологии изготовления, транспортировки, монтажа, конструктивного решения стержня и его узлов и т. д.



Коэффициент продольного изгиба φ

Устойчивость сжатого стержня будет обеспечена при условии:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{cr,e} \cdot \gamma_c$$

Если умножить и поделить правую часть выражения выше на R_y и ввести обозначение $\varphi = \sigma_{cr,e}/R_y$ – коэффициент устойчивости, получим:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \varphi \cdot R_y \cdot \gamma_c \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{N}{\varphi \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c$$

Коэффициент φ имеет **двойственную** природу:

$$\varphi = \frac{\sigma_{cr,e}}{R_y} = \frac{\sigma_{cr}}{R_y} \cdot \frac{\sigma_{cr,e}}{\sigma_{cr}} = \varphi_1 \cdot \varphi_2$$

где $\varphi_1 = \sigma_{cr}/R_y$ – **детерминированный** коэффициент, учитывающий собственно **явление** продольного изгиба

$\varphi_2 = \sigma_{cr,e}/\sigma_{cr}$ – **статистический** коэффициент, учитывающий влияние **случайных** факторов, вызывающих дополнительный поперечный изгиб

Коэффициент продольного изгиба φ

В **общем** случае:

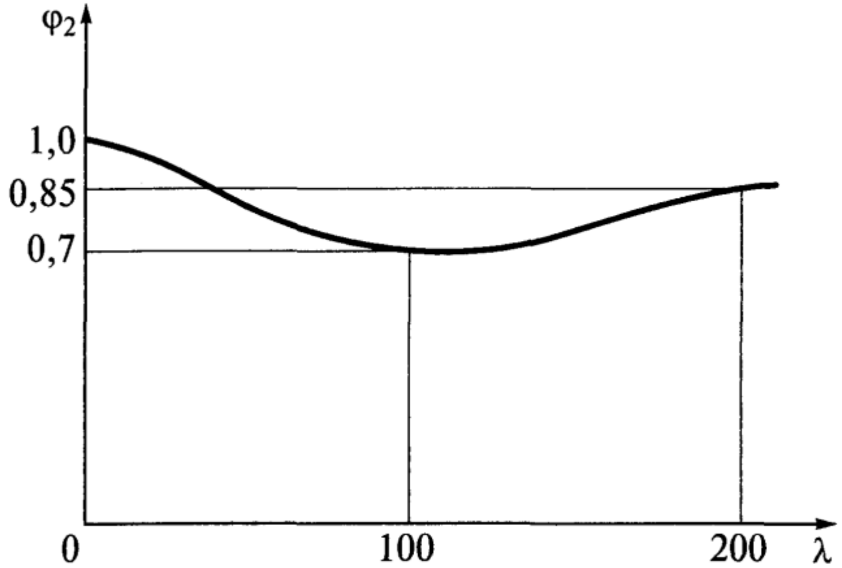
$$\varphi_1 = \frac{\sigma_{cr}}{R_y} = \frac{\pi^2 \cdot T}{\lambda^2 \cdot R_y} \cdot \frac{E}{E} = \frac{\pi^2}{\left(\lambda\sqrt{R_y/E}\right)^2} \cdot \frac{T}{E} = \frac{\pi^2}{\bar{\lambda}^2} \cdot \frac{T}{E}$$

где $\bar{\lambda} = \lambda\sqrt{R_y/E}$ – условная гибкость (параметр, учитывающий гибкость стержня и марку стали); T – приведенный модуль деформации; E – модуль упругости стали

В **упругой стадии** при $T = E$ получим:

$$\varphi_1 = \pi^2/\bar{\lambda}^2$$

Коэффициент φ_2 также зависит от **гибкости**, возрастает по мере ее **увеличения** и его минимальные значения соответствуют значению $\lambda = 100$, см. график зависимости



Кривые коэффициента продольного изгиба

Зависимость φ от $\bar{\lambda}$ и различных **типов сечений** приведена на графике

В соответствии со всеми рассмотренными **факторами**, влияющими на устойчивость центрально сжатого стержня, а именно, видом стали, формой поперечного сечения, случайными эксцентриситетами, в нормах приведены формулы (п. 7.1.3 СП 16.13330) и соответствующие таблицы (табл. Д.1 СП 16)

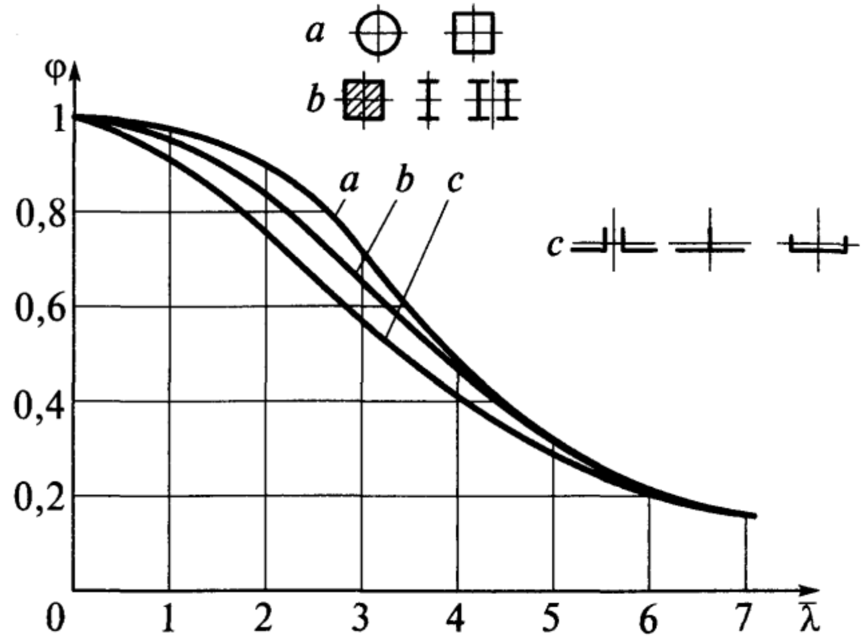
для определения φ, при $\bar{\lambda} \geq 0{,}6$ коэффициент определяется по формуле:

$$\varphi = 0{,}5\left(\delta - \left(\delta^2 - 39{,}48\bar{\lambda}^2\right)^{1/2}\right)/\bar{\lambda}^2$$

где $\delta = 9{,}87\left(1 - \alpha + \beta \cdot \bar{\lambda}\right) + \bar{\lambda}^2$

α и β – коэффициенты по табл. 7 СП 16.13330

При этом для учета формы сечения все стержни разделены на три группы: ***a***, ***b***, ***c***, для которых приведены наборы характерных типов сечений



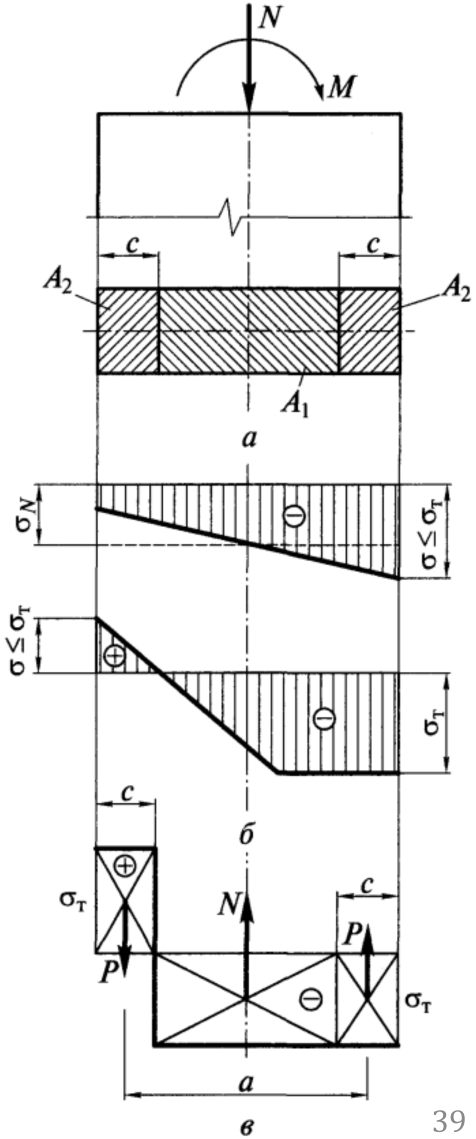
Сжатие или растяжение элементов с изгибом

Внецентренно сжатым (растянутым) элемент называется в случае, если изгибающий момент вызван действием нагрузки с эксцентриситетом $M = N \cdot e$

Сжато(**растянуто**)-**изогнутым** элемент называется в случае, если изгибающий момент вызван действием поперечной силы с эквивалентным эксцентриситетом $e = M/N$

В **упругой стадии** работы материала – рис. **а)**, напряжения в поперечном сечении стержня могут быть представлены в виде суммы напряжений от центрального **сжатия** $\sigma_N = N/A$ и **изгиба** $\sigma_M = M/W$

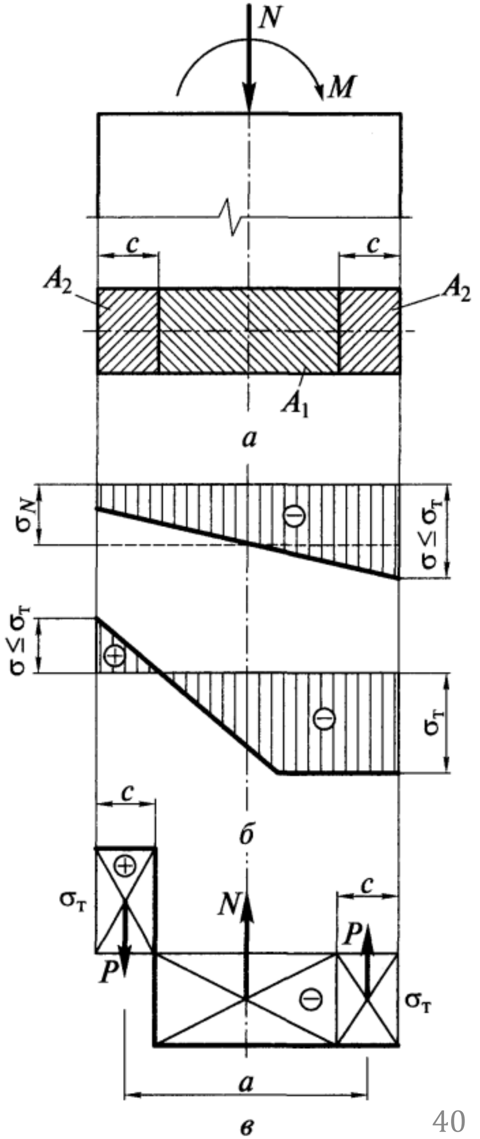
При достижении **текучести** в наиболее сжатой части сечения напряжения будут ограничиваться **пределом текучести** $\sigma_т$, а с противоположной стороны могут возрастать напряжения **растяжения** – рис. **б)**



Сжатие или растяжение элементов с изгибом

В **предельном** случае эпюра напряжений будет состоять из двух **прямоугольников** разной величины – рис. **в)**

По аналогии с **изгибом** (см. рис. **в)** на слайде 11) такое состояние соответствует **пластическому шарниру** при внецентренном **сжатии** (внецентренном **растяжении**). Две разнозначные части эпюры шириной ***c*** уравновешивают внешний момент $P \cdot a = M$, остальная часть – осевую силу N



Сжатие или растяжение элементов с изгибом

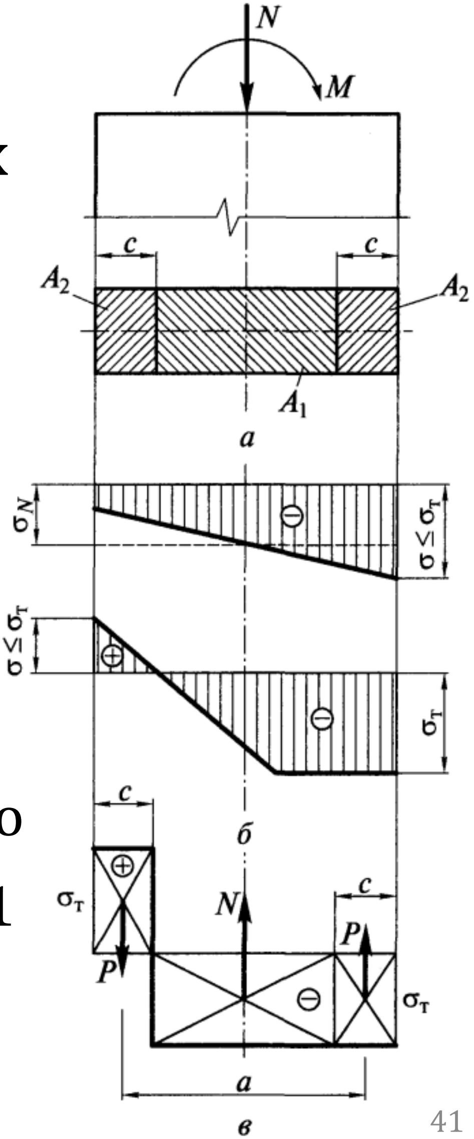
В общем случае для элементов из сталей $R_{yn} \leq 440$ МПа, не подвергающихся непосредственному воздействию динамических нагрузок, при напряжениях $\tau \leq 0{,}5R_s$ и $\sigma = N/A_n > 0{,}1R_y$ прочность проверяют по формуле:

$$\left(\frac{N}{A_n}\right)^n + \frac{M_x}{c_x \cdot W_{xn,min}} + \frac{M_y}{c_y \cdot W_{yn,min}} \leq R_y \cdot \gamma_c$$

где M_x и M_y – изгибающие моменты от расчетной нагрузки относительно осей X и Y

$W_{xn,min}$ и $W_{yn,min}$ – минимальные моменты сопротивления нетто поперечного сечения элемента относительно осей X и Y соответственно

n, c_x и c_y – коэффициенты формы сечения, принимаемые по таблице Е.1 СП16.13330



Сжатие или растяжение элементов с изгибом

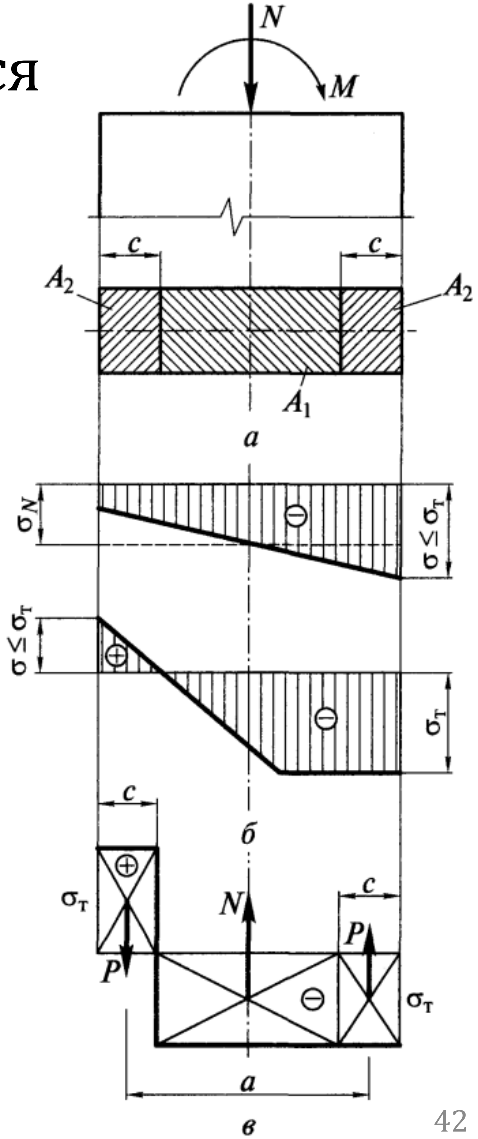
В случае для элементов из сталей $R_{yn} > 580$ МПа, подвергающихся воздействию динамических нагрузок и в которых не допускается развитие пластических деформаций, прочность проверяют по формуле:

$$\frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x \cdot y}{I_{xn}} \pm \frac{M_y \cdot x}{I_{yn}} \leq R_y \cdot \gamma_c$$

где M_x и M_y – изгибающие моменты от расчетной нагрузки относительно осей X и Y

I_{xn} и I_{yn} – моменты инерции нетто поперечного сечения элемента относительно осей X и Y соответственно

x, y – расстояния от главных осей до рассматриваемой точки сечения

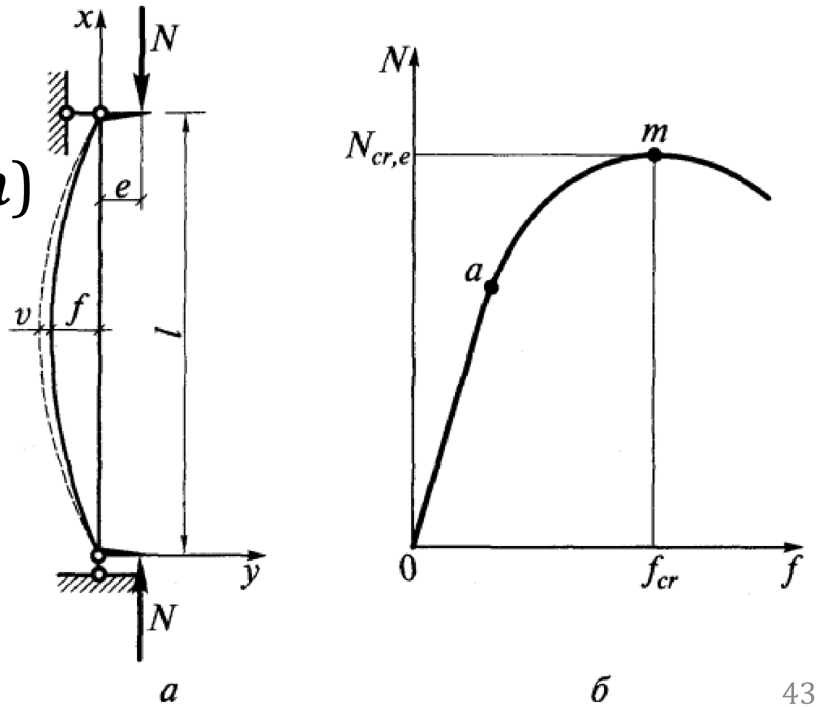


Устойчивость при внецентренном сжатии

Потеря **несущей способности** длинных гибких стержней при одновременном действии сжимающей силы и изгибающего момента происходит от потери устойчивости. При этом состояние равновесия может быть определено так же, как для центрального сжатия – с помощью энергетического баланса:

- при $\delta A_i = \delta A_e$ – **критическое** состояние (точка $\boldsymbol{m}$)
- при $\delta A_i > \delta A_e$ – **устойчивое** состояние (левее $\boldsymbol{m}$)
- при $\delta A_i < \delta A_e$ – **неустойчивое** состояние (правее $\boldsymbol{m}$)

Прогиб появляется с самого начала приложения нагрузки и возрастает с ее ростом, вначале **линейно** в соответствии с **упругой** работой материала, а затем **нелинейно** по мере развития **пластических** деформаций и появления **геометрической** нелинейности – участок $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{m}$ на рис. **б)**



Относительный и приведенный эксцентриситеты

Зависит от эксцентриситета ***e*** и уменьшается по мере его увеличения. Удобнее на практике пользоваться безразмерным **относительным** эксцентриситетом:

$$m = e/\rho$$

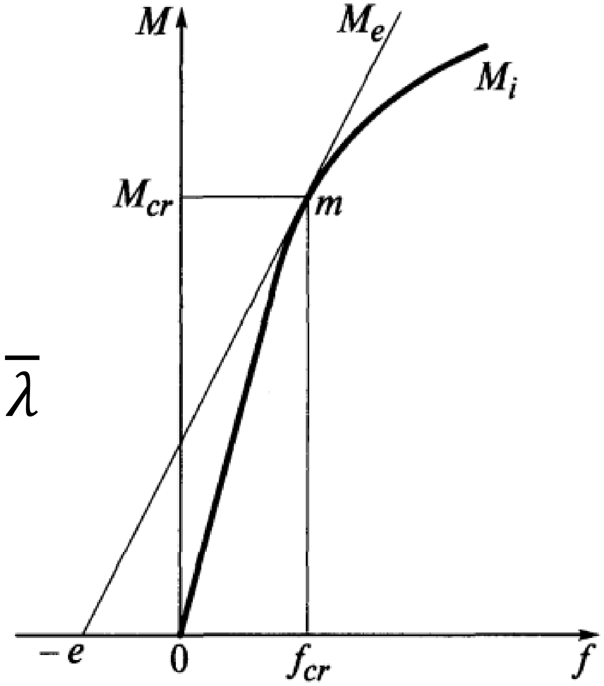
где $\rho = W/A$ – ядровое расстояние со стороны наиболее сжатой фибры стержня

W и A – момент сопротивления и площадь сечения

Критическая сила зависит также от формы поперечного сечения стержня, которая учитывается коэффициентом влияния **формы** сечения η, зависящим в свою очередь от относительного **эксцентриситета** m и условной **гибкости** $\bar{\lambda}$

Для расчетов используют **приведенный** эксцентриситет:

$$m_{ef} = m \cdot \eta$$

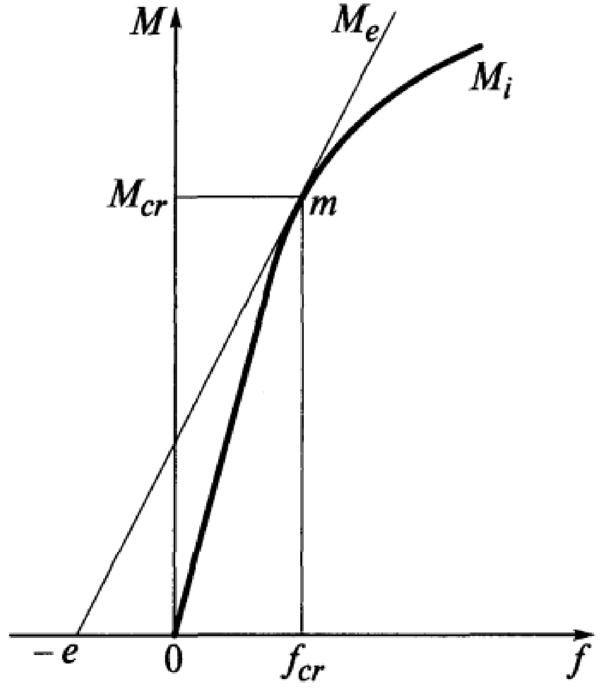


Проверка устойчивости при внецентренном сжатии

Выполняется по аналогии с центрально сжатыми элементами:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \varphi_e \cdot R_y \cdot \gamma_c \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{N}{\varphi_e \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c$$

где $\varphi_e = \sigma_{cr,e}/R_y$ – коэффициент устойчивости при внецентренном сжатии, зависящий от условной гибкости $\overline{\lambda}$ и приведенного эксцентриситета m_{ef} и определяемый согласно табл. Д.3 СП 16.13330



При значениях $m_{ef} > 20$ расчет следует выполнять как для изгибаемых элементов

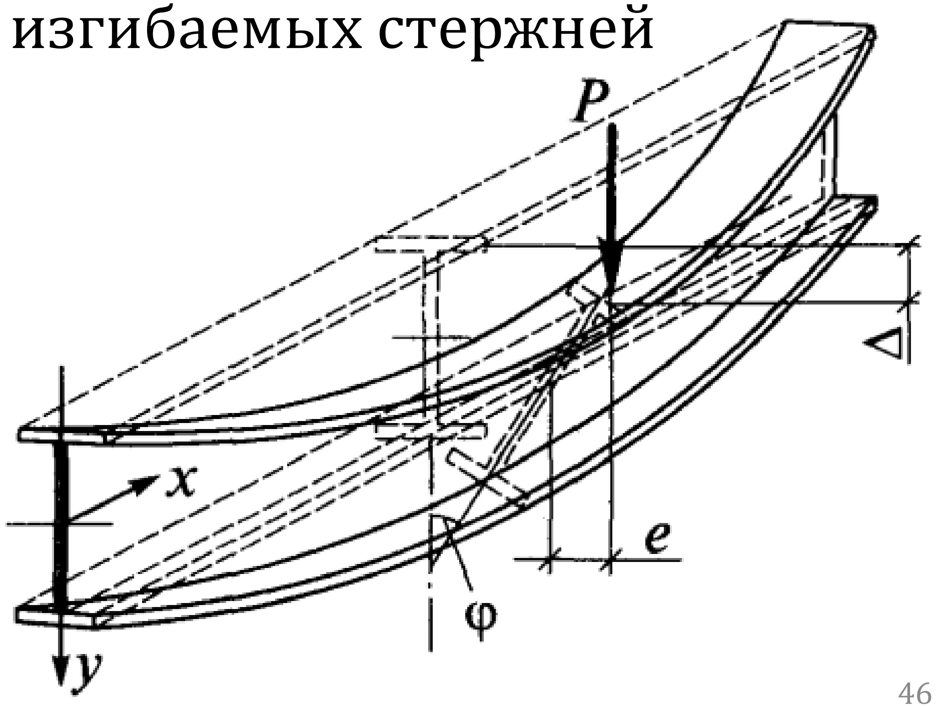
Расчетные значения продольной силы N и изгибающего момента M в элементе следует принимать для одного и того же сочетания нагрузок из расчета системы по недеформированной схеме в предположении упругих деформаций стали

Устойчивость плоской формы изгиба стержней

Ранее рассмотрена устойчивость стержня, испытывающего одновременное действие сжимающих и изгибающих сил. Предполагалось, что главенствующую роль в работе стержня играет **продольная сила**, а **поперечный изгиб** только усугубляет его работу. Проблема устойчивости не исчезнет, если главную роль будут играть **поперечные силы**. В частности, при отсутствии **продольных сил** остается опасность потери **общей устойчивости** изгибаемых стержней

Известно, что при изгибе в балке образуются две зоны: сжатая и растянутая. При определенной величине нагрузки (критической) **сжатая часть** балки может потерять **устойчивость**

Выпучивание произойдет перпендикулярно плоскости изгиба. Это вызовет горизонтальный прогиб всей балки и стесненное кручение



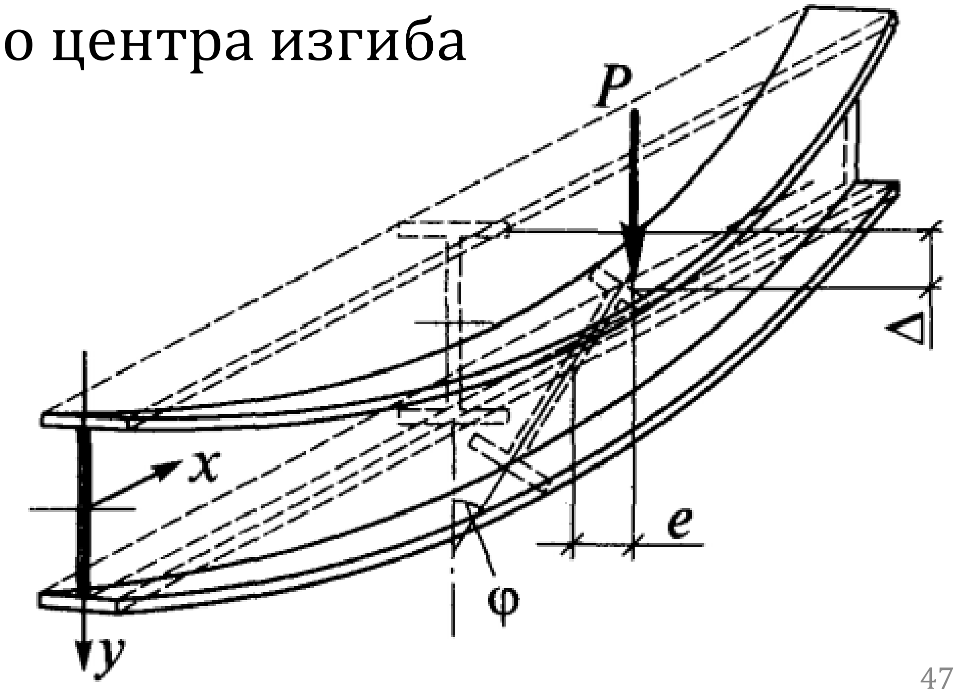
Дополнительный эксцентриситет

В теоретическом плане задача **общей устойчивости** балок аналогична случаю сжатых стержней: критическое состояние характеризуется равенством вариации работ внешних и внутренних сил при возможном перемещении:

$$\delta A_i = \delta A_e$$

Вследствие закручивания балки у вертикальной силы ***P*** возникает дополнительный эксцентриситет ***e*** относительно центра изгиба

В зависимости от приложения нагрузки к верхнему либо нижнему поясу эксцентриситет соответственно **увеличивает** или **уменьшает** закручивание балки, поэтому расположение нагрузки на **верхнем** поясе значительно **опаснее**



Критический момент

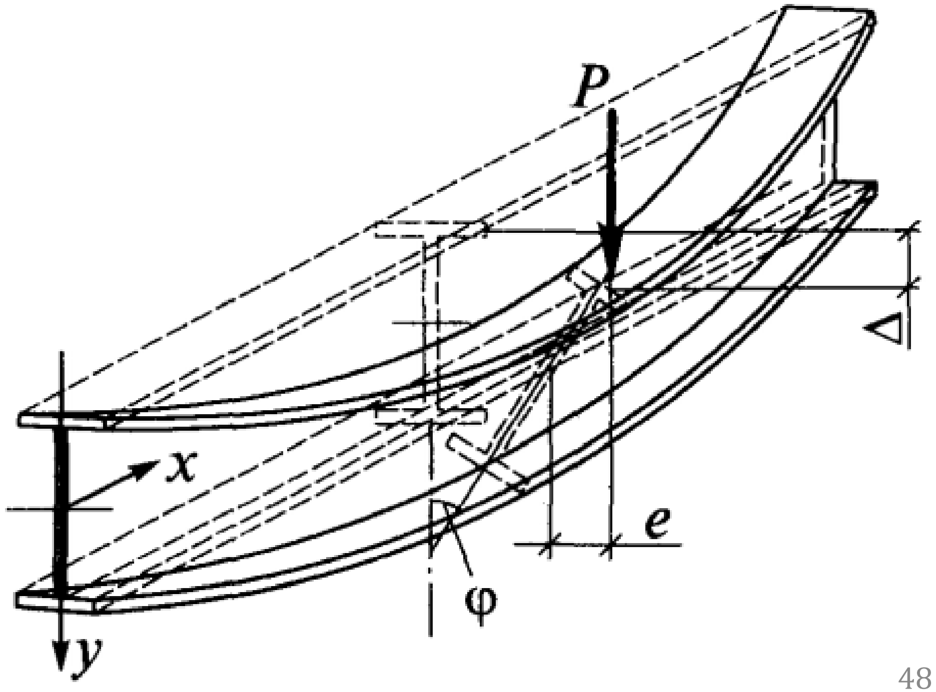
Критической **силе** соответствуют критический **момент** $M_{cr} = k_1 \cdot P_{cr} \cdot l$ и критическое напряжение $\sigma_{cr} = M_{cr}/W_x$, где k_1 – коэффициент, зависящий от расчетной схемы балки и вида нагрузки

При проверке **общей устойчивости** балки максимальное напряжение от изгиба сравнивается с критическим напряжением:

$$\sigma = \frac{M}{W_x} \leq \sigma_{cr} \cdot \gamma_c$$

Если умножить и поделить правую часть выражения выше на R_y и ввести обозначение $\varphi_b = \sigma_{cr}/R_y$ – коэффициент устойчивости балки (согласно Приложения Ж СП 16.13330), получим:

$$\sigma = \frac{M}{W_x} \leq \varphi_b \cdot R_y \cdot \gamma_c \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{M}{\varphi_b \cdot W_x} \leq R_y \cdot \gamma_c$$



Дополнительные проверки прочности:

- Расчет на кручение
- Расчет на совместное действие изгиба, сжатия и кручения
- Расчет местной устойчивости стенок
- Расчет местной устойчивости поясов (полок)
- Расчет на воздействие переменных нагрузок (проверка на **усталость**)
- Расчет на прочность с учетом хрупкого разрушения (проверка на **хладостойкость**)

И дополнительные **конструктивные ограничения** при назначении габаритов элементов в зависимости от **классов** конструкций

Литература:

- СП 16.13330.2017 Стальные конструкции
- Кудишин Ю.И., Беленя Е.И., Игнатьева В.С. [и др.]. Металлические конструкции: Учебник для студ. учреждений высш. проф. образования. – 13-е изд., испр. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 688 с.

ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр

Строительные конструкции

Лекция №15

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/
e-mail: gbk@mgsu.ru; dpekin@mail.ru
тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084
Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.