

**ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр**

# **Строительные конструкции**

## **Лекция №10**



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

www: [mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/](http://mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/)

e-mail: [gbk@mgsu.ru](mailto:gbk@mgsu.ru); [dpekin@mail.ru](mailto:dpekin@mail.ru)

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.

# Лекция №10 – Проектирование и расчет

- Проектирование конструкций
- Принципы моделирования строительных конструкций
- Расчетная модель (схема)
- Основные гипотезы и допущения при их составлении
- Идеализация конструкций и их систем, материалов, нагрузок
- Идеализация внешних и внутренних связей в конструкциях
- Этапы построения расчетной схемы
- Обоснование рациональности конструктивного решения

# Понятие о проектировании

**Проектирование** (от лат. projectus – брошенный вперед, взгляд в будущее) – процесс создания проекта, т. е. прототипа, прообраза предполагаемого и возможного объекта, при этом проект может быть выполнен в виде макета, модели или рабочих чертежей

Архитектурно-строительное **проектирование** заключается в разработке технической документации, предназначенной для осуществления строительства какого-либо объекта (или ряда объектов), создания новых видов и образцов строительных конструкций на предприятиях строительной индустрии и т.д.

В процессе **проектирования** выполняют технические и экономические расчеты, разрабатывают схемы, графики, макеты, рабочие чертежи, составляют пояснительные записки, спецификации, сметы, калькуляции

# Последовательность проектирования

**Функциональное назначение** здания или сооружения определяет источник зарождения основных объемно-планировочных решений

При разработке проектов **жилых** и **общественных** зданий локомотивом проектирования является главный **архитектор**, которому на первоначальном этапе помогает главный **инженер** проекта

При проектировании **промышленных** и **производственных** зданий и сооружений объемно-планировочные решения в большинстве случаев зависят от технологических решений, которые формирует **технолог** также с помощью главного **инженера** проекта

После проработки **эскизных** проектных решений к проектированию подключаются остальные специалисты: **конструкторы**, **смежники** и др.

# Конструктивные решения

Разрабатываются командой специалистов разного профиля:

- **Главный конструктор** осуществляет выбор принципиальных конструктивных решений, общее руководство работой, проверку и контроль результатов, увязку решений с остальными разделами и может выполнить любую часть конструктивного раздела проекта
- **Инженер-расчетчик** занимается подготовкой расчетной модели здания или сооружения (10-15% от общего объема работ)
- **Инженер-конструктор** на основе расчетной модели выполняет конструирование узлов, деталей, дополнительные локальные расчеты (40-35% от общего объема работ) и текстовую часть проекта
- **Инженер-проектировщик** разрабатывает графическую часть проекта (планы, схемы, разрезы и т. д.) и готовит спецификации (50%)

# Проектирование конструкций

**Проектирование** на сегодняшний день является важнейшим звеном, связывающим научные разработки с практикой строительства

В **проектах** находят непосредственное отражение результаты научных исследований, новые конструктивные решения, передовой опыт возведения зданий и сооружений

От качества **проектирования** в немалой степени зависят темпы технического прогресса в любой отрасли производственной деятельности человека, в том числе и в строительстве

Важной частью конструкторского **проектирования** является выбор адекватной **расчетной модели**, отражающей геометрические параметры, характеристики материалов и работу конструкций

# Процесс создания расчетной модели

Связан с решением многих физических и математических проблем:

- Задание материала и его свойств
- Определение связи между компонентами НДС конструкции
- Моделирование формы и геометрии конструкции
- Создание связей между отдельными, часто разнородными элементами конструктивной системы
- Моделирование взаимодействия конструкции и грунтового основания
- Определение и задание внешних силовых нагрузок и воздействия на несущие конструкции

# Совокупность материальных точек (молекул)

Основоположниками теории упругости Огюстеном Луи **Коши** и Клодом Луи **Навье** предпринимались попытки рассматривать твердое тело как совокупность материальных точек (молекул), удерживаемых на определенных расстояниях друг от друга силами взаимодействия

Однако на основе представления о молекулярной структуре вещества ввиду исключительно большого числа элементарных материальных частиц и ничтожно малых расстояний между ними (по сравнению с размерами тела), проследить за перемещениями каждой конкретной частицы оказалось невозможным

В качестве единственно приемлемой была принята **гипотеза** о распределении вещества тела непрерывно по всему его объему (гипотеза о непрерывной сплошной среде)

# Гипотеза о распределении вещества

И полученная **абстрактная** модель, называемая **статистической**, установили связь между **дискретной средой**, которой в реальности является **твердое тело**, и понятием непрерывного геометрического пространства, являвшегося в то время основой математического анализа

Именно такой подход позволил выразить перемещения точек твердого тела непрерывными функциями координат и ввести статистическое понятие напряжения как осредненной силы взаимодействия между частицами, расположенными по одну сторону от произвольной площадки, мысленно выделенной внутри тела, и частицами, расположенными по другую ее сторону

В итоге Коши, Навье и Симеон Дени Пуассон получили основные дифференциальные уравнения и соотношения **теории упругости**

# Основные гипотезы теории упругости:

- Гипотеза о непрерывной сплошной среде
- Гипотеза о линейной зависимости между напряжениями, деформациями, перемещениями и их производными
- Гипотеза об однородности сплошной среды (упругие свойства материала одинаковы во всех его точках)
- Гипотеза об изотропности твердого тела (упругие свойства одинаковы во всех направлениях),

позволили теоретически сформулировать и практически использовать целый ряд важнейших физических и механических характеристик материала

# Статические уравнения Навье:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho \cdot X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho \cdot Y = 0$$

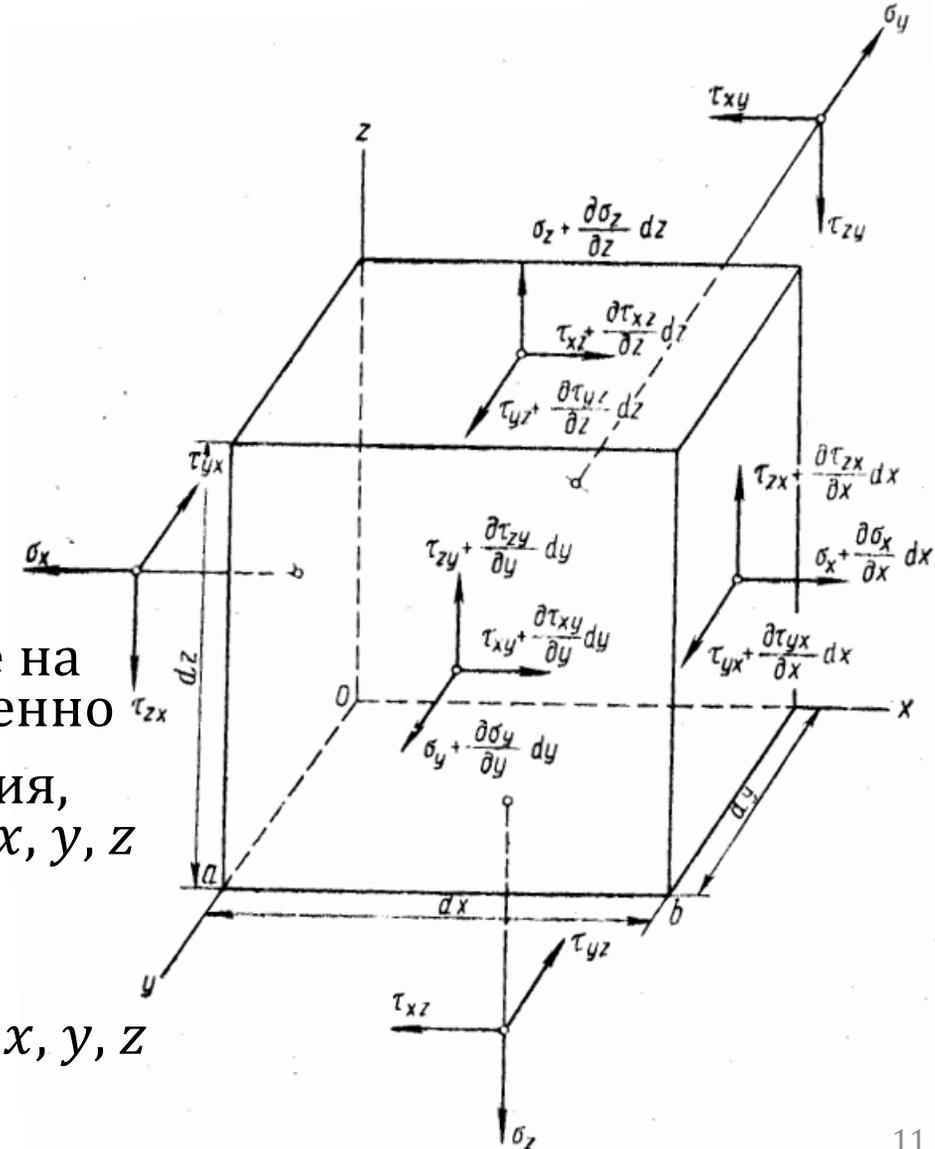
$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho \cdot Z = 0$$

где  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – нормальные напряжения, действующие на площадках перпендикулярных осям  $x, y, z$  соответственно

$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}$  – касательные напряжения, действующие на площадках перпендикулярных осям  $x, y, z$  соответственно

$\rho$  – плотность вещества

$X, Y, Z$  – проекции объемных сил (сил тяжести) на оси  $x, y, z$  соответственно, отнесенные к единице массы



# Геометрические уравнения Коши:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

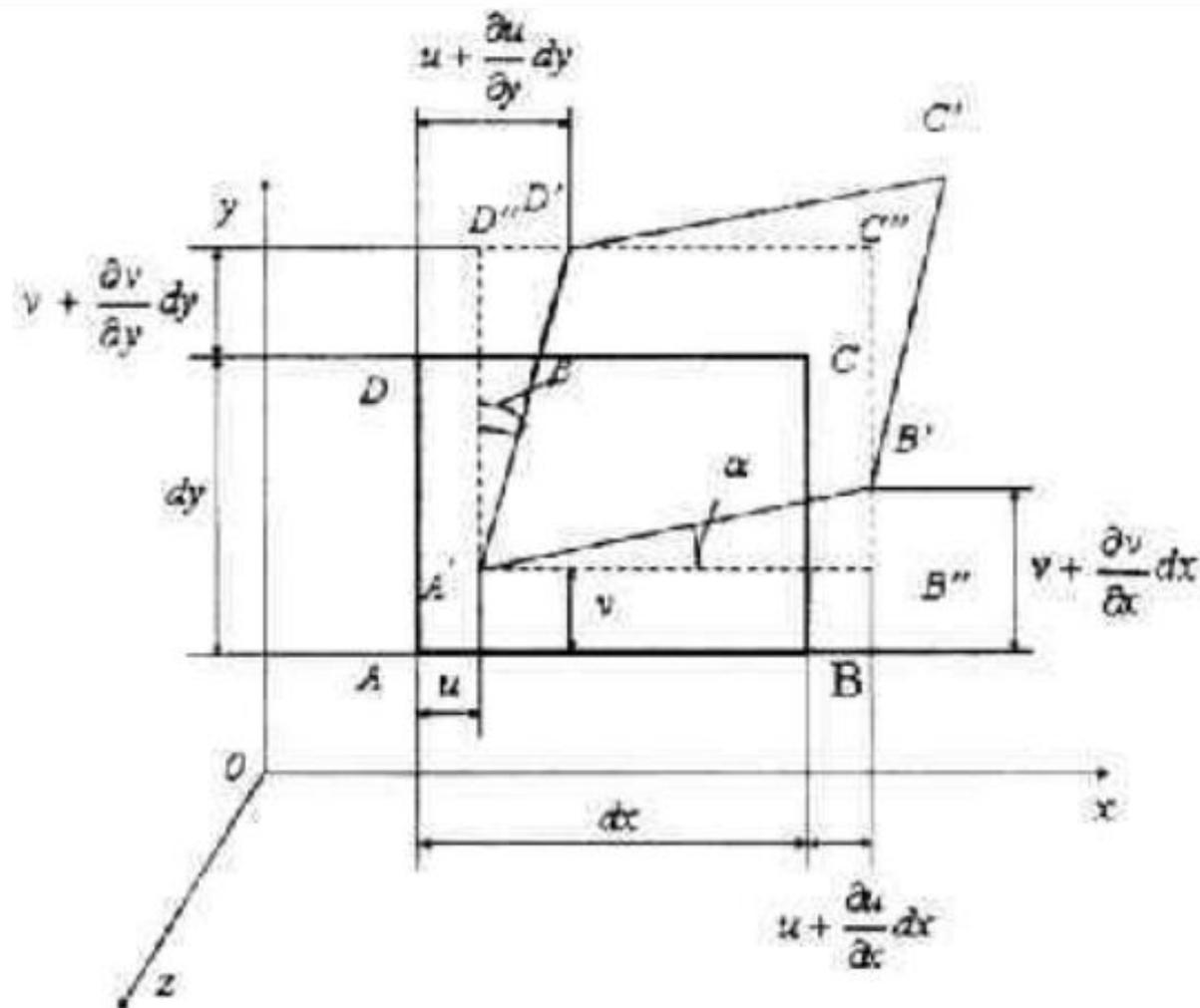
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

где  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  – относительные деформации удлинения в направлении осей  $x, y, z$  соответственно

$\gamma_{xy} = \gamma_{yx}, \gamma_{yz} = \gamma_{zy}, \gamma_{zx} = \gamma_{xz}$  – углы сдвига относительно осей  $x, y, z$  соответственно

$u, v, w$  – перемещения в направлении осей  $x, y, z$  соответственно



# Физические уравнения – закон Гука:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) \text{ или } \sigma_x = 2 \cdot G \left[ \varepsilon_x + \frac{3 \cdot \nu}{1 - 2 \cdot \nu} \cdot \varepsilon_{\text{ср}} \right]; \quad \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_z) \text{ или } \sigma_y = 2 \cdot G \left[ \varepsilon_y + \frac{3 \cdot \nu}{1 - 2 \cdot \nu} \cdot \varepsilon_{\text{ср}} \right]; \quad \tau_{yz} = G \cdot \gamma_{yz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \text{ или } \sigma_z = 2 \cdot G \left[ \varepsilon_z + \frac{3 \cdot \nu}{1 - 2 \cdot \nu} \cdot \varepsilon_{\text{ср}} \right]; \quad \tau_{zx} = G \cdot \gamma_{zx}$$

где  $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$  – модуль сдвига

$E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона

$\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{1}{3} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$  – средняя деформация

# Условия на контуре:

$$p_{xv} = \sigma_x \cdot \cos(xv) + \tau_{xy} \cdot \cos(yv) + \tau_{xz} \cdot \cos(zv)$$

$$p_{yv} = \tau_{yx} \cdot \cos(xv) + \sigma_y \cdot \cos(yv) + \tau_{yz} \cdot \cos(zv)$$

$$p_{zv} = \tau_{zx} \cdot \cos(xv) + \tau_{zy} \cdot \cos(yv) + \sigma_z \cdot \cos(zv)$$

где  $p_{xv}, p_{yv}, p_{zv}$  – поверхностные компоненты нагрузки

$\cos(xv), \cos(yv), \cos(zv)$  – направляющие косинусы углов  $xv, yv, zv$

В вышеперечисленных 15 уравнениях следующие неизвестные:

- компоненты напряжений:  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$
- компоненты деформаций  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$
- компоненты перемещений  $u, v, w,$

т. е. всего 15 неизвестных и 15 уравнений

# Идеализация формы конструкций

Позволяет перейти от объемной задачи теории упругости к различным техническим теориям изгиба стержней и пластин:

- Теория изгиба стержней Бернулли-Эйлера
- Теория изгиба стержней Тимошенко
- Теория изгиба пластин Кирхгофа-Лява
- Теория изгиба пластин Рейсснера-Миндлина,

с учетом введения различных дополнительных гипотез или допущений, позволяющих уменьшить общее количество неизвестных и уравнений, при переходе от реальной формы к стержневой или пластинчатой аналогии

# Теория изгиба пластин Кирхгофа-Лява

Построена на следующих допущениях:

- **Кинематическая** гипотеза: совокупность точек, образующих линейный элемент и лежащих до деформации пластинки на какой-либо прямой, перпендикулярной срединной плоскости, остается на прямой нормальной к упругой поверхности деформированной пластинки. Это допущение аналогично гипотезе плоских сечений в технической теории изгиба балок:

$$u = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$v = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial y}$$

# Теория изгиба пластин Кирхгофа-Лява

Построена на следующих допущениях:

- **Статическая гипотеза:** пренебрегаем нормальными напряжениями ( $\sigma_z = 0$ ), возникающими вследствие взаимного нажатия горизонтальных слоёв пластинки друг на друга, на площадках параллельных срединной плоскости. Следовательно, каждый бесконечно тонкий слой пластинки, взятый параллельно срединной плоскости, можно рассматривать в условиях плоского напряженного состояния:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_z) = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x)$$

# Дифференциальное уравнение Софи Жермен

Изгиба пластин при отсутствии сил в срединной плоскости получается на основе принятых допущений:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{12(1 - \nu^2)}{E \cdot h^3} \cdot p(x, y)$$

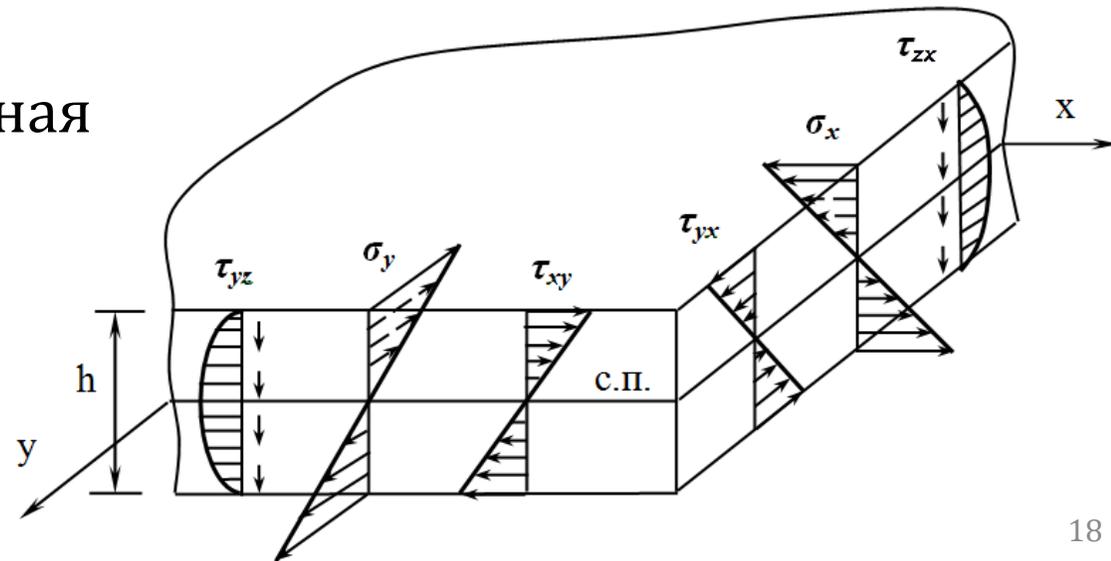
где  $w$  – прогиб срединной поверхности (вертикальное расстояние между точкой, взятой на срединной плоскости до деформации, и положением той же точки на упругой поверхности), одинаковый для всех точек линейного элемента

$p(x, y)$  – поперечная нагрузка, распределенная любым образом по поверхности пластинки

$h$  – толщина пластинки

$E$  – модуль упругости

$\nu$  – коэффициент Пуассона



# Последствия идеализация

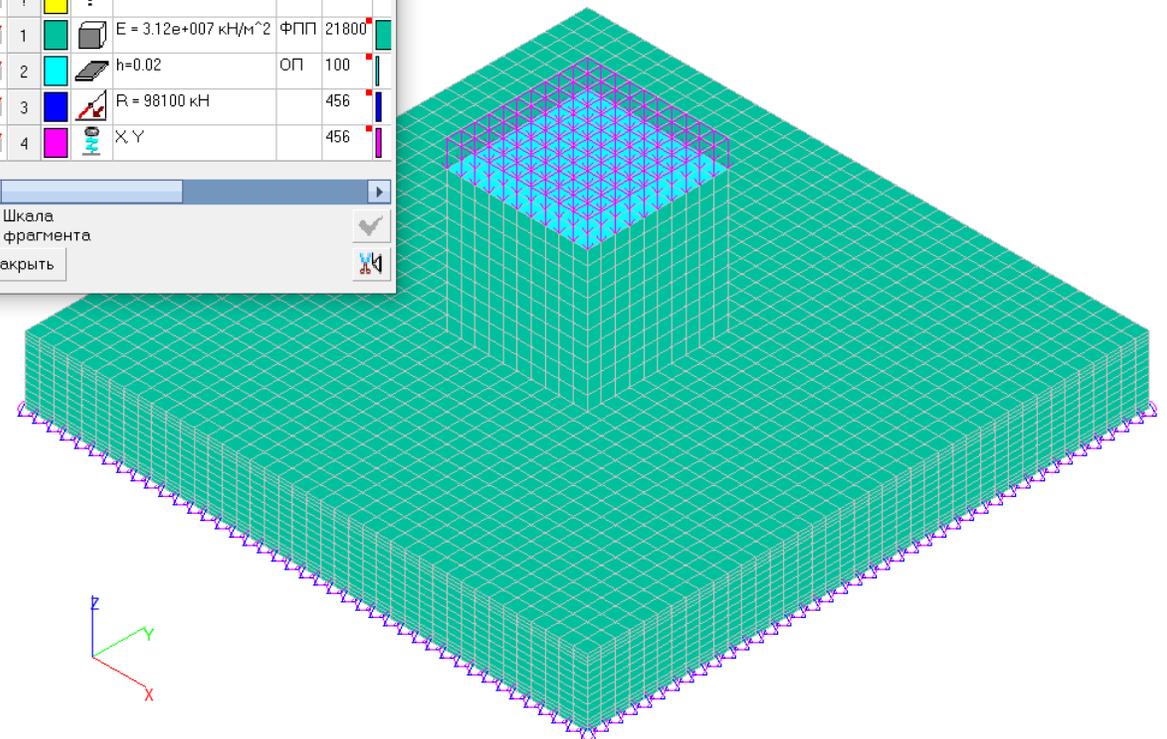
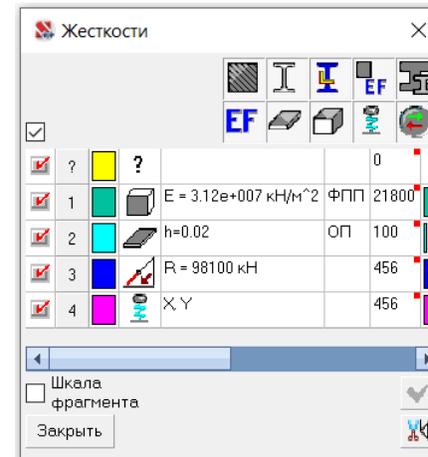
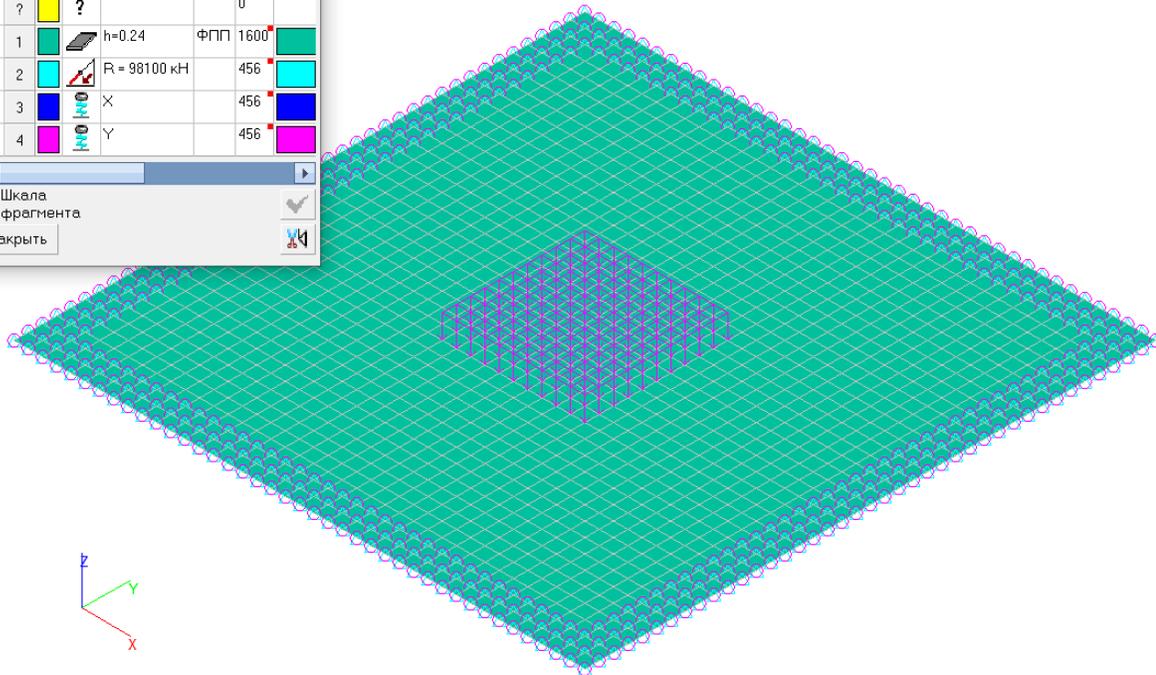
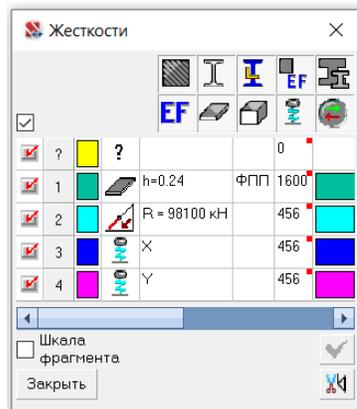
В отдельных случаях могут приводить к заметным искажениям напряженного состояния и инженеру в любом случае следует быть готовым к тому, что результаты расчета сооружения, полученные с помощью самых современных математических методов и сверхмощных компьютеров, лишь приближенно выражают его действительное НДС

Важно лишь, чтобы возникшие при этом погрешности не могли явиться одной из причин недопустимого отклонения основных характеристик готового сооружения от предъявляемых к нему эксплуатационных требований по прочности, деформативности, долговечности и пр.

# Сравнение расчетных моделей. Топология

Теория Кирхгофа-Лява

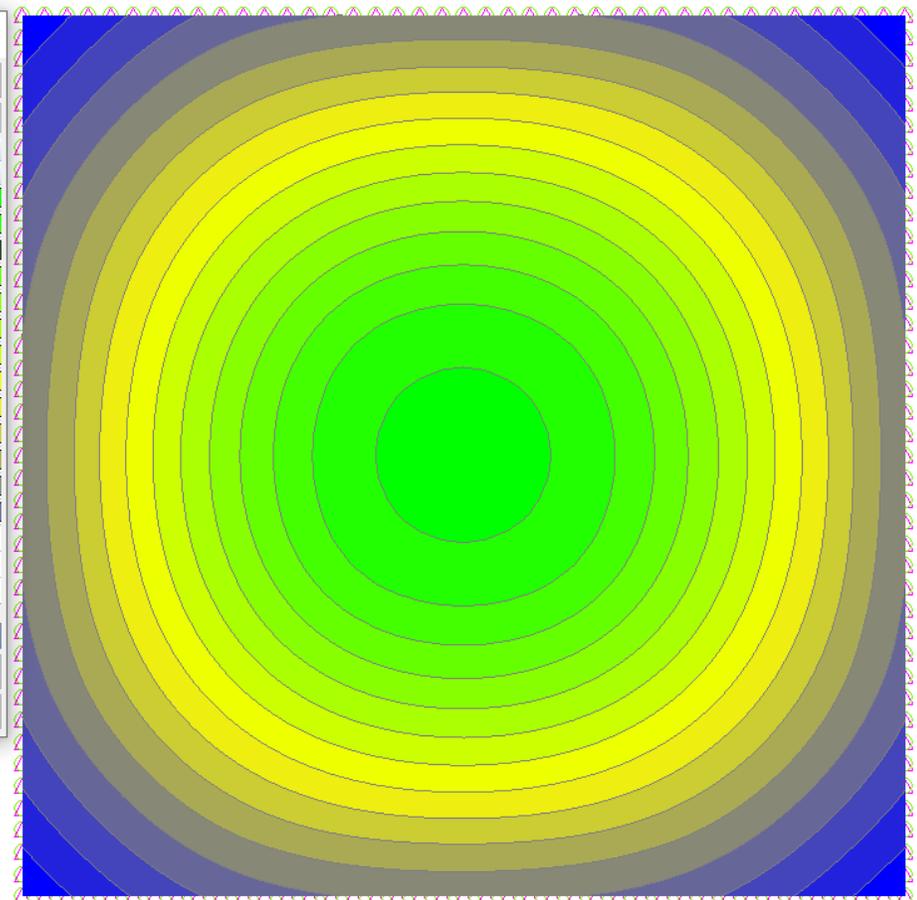
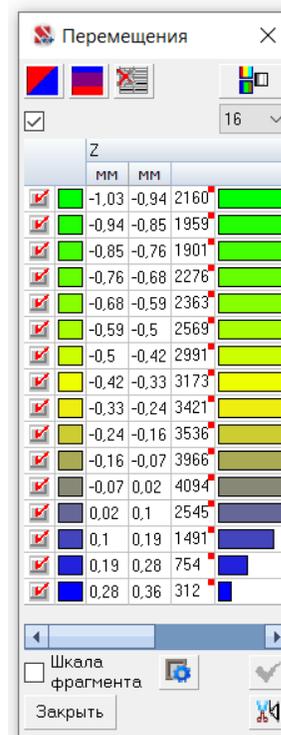
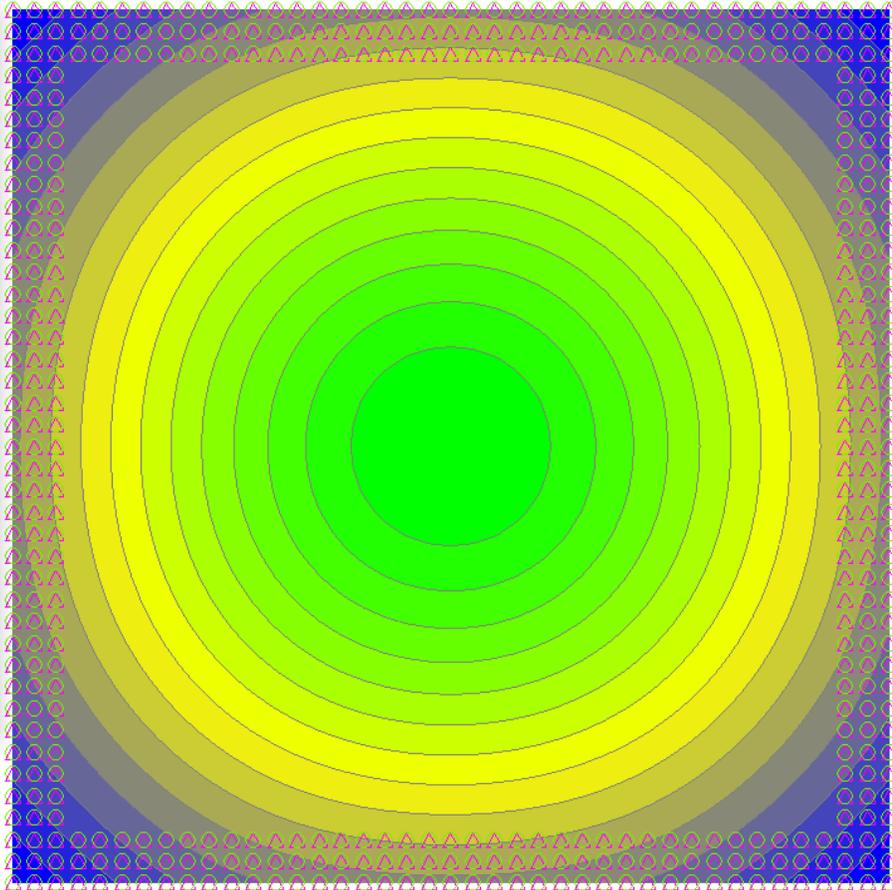
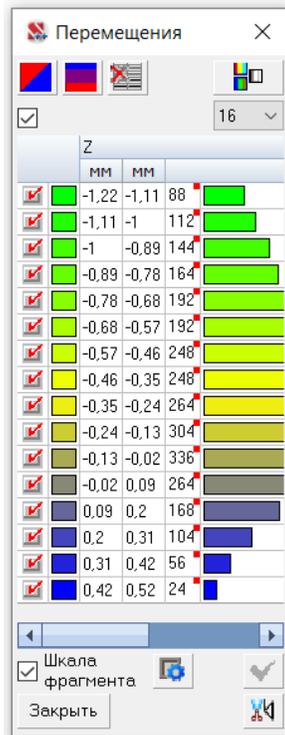
Теория упругости



# Сравнение. Перемещения по Z

Теория Кирхгофа-Лява

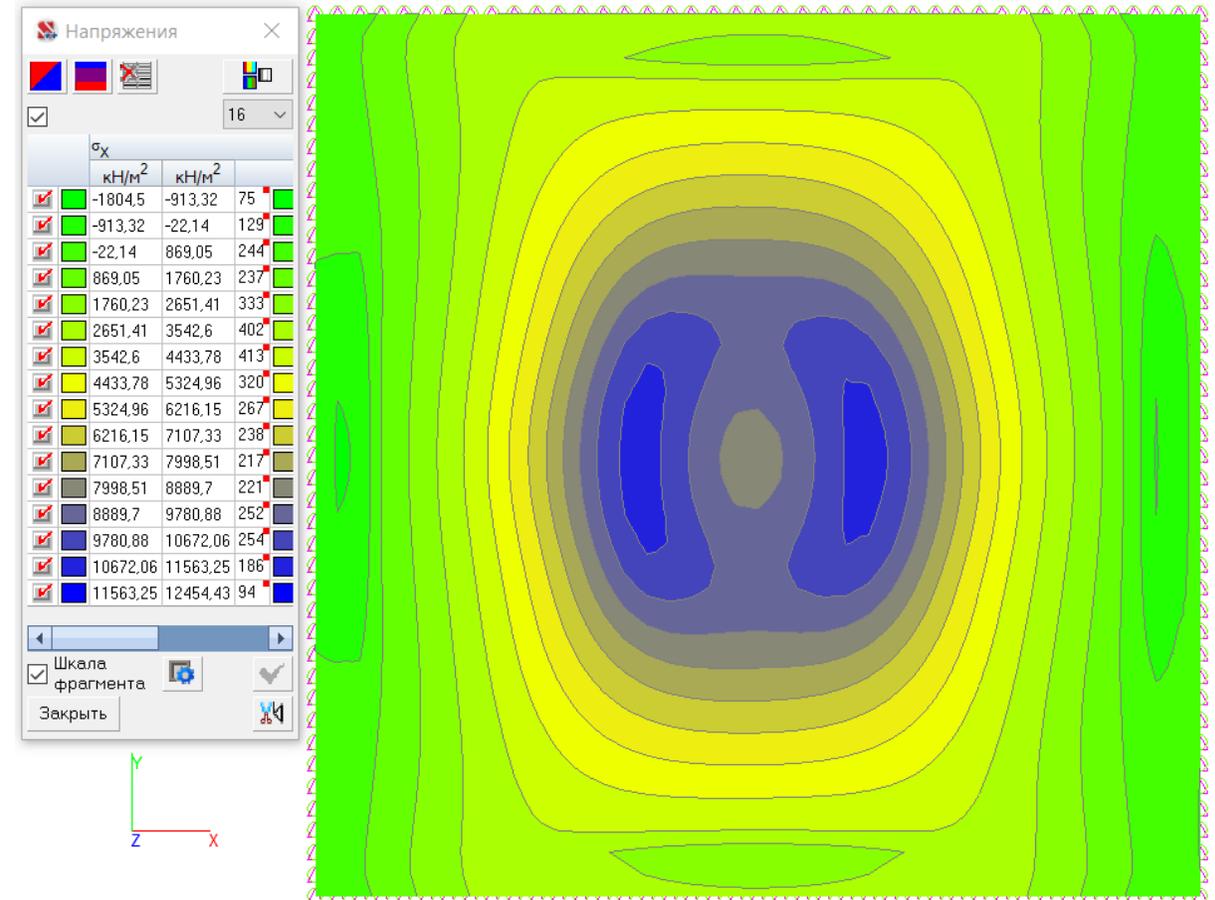
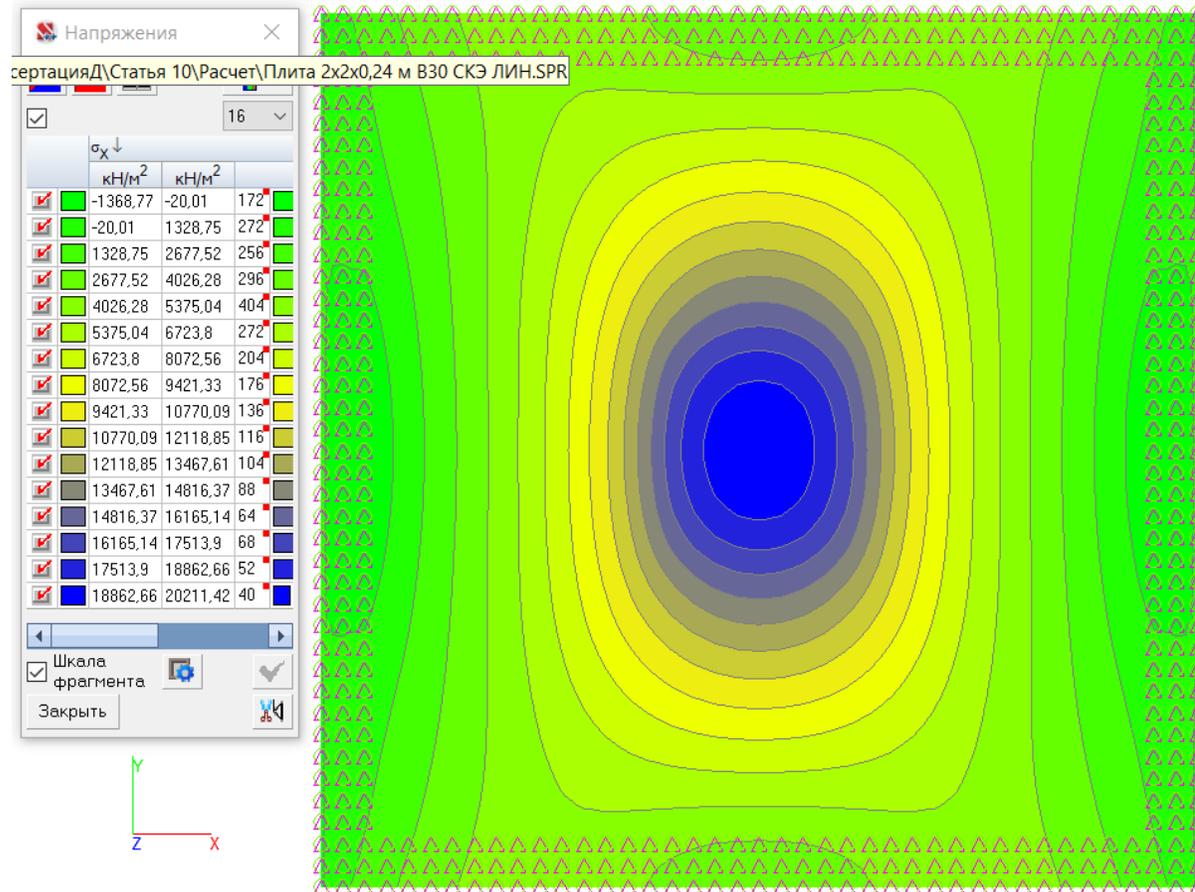
Теория упругости



# Сравнение. Напряжение $\sigma_x$ на нижней грани

Теория Кирхгофа-Лява

Теория упругости



# Уровень допустимых погрешностей

Еще одной проблемой в современном проектировании инженерных сооружений является невозможность выполнения всего комплекса операций по их расчету и конструированию на одном количественном уровне допустимых погрешностей

Так, например, перемещения и напряжения в сечениях идеализированной расчетной схемы металлического моста можно определить с любой наперед заданной точностью, в то же время погрешности моделирования узлов соединения элементов реальной конструкции или определения характеристик грунта в основании опор моста могут составить десятки процентов

Принятая в нормативных документах различных государств система коэффициентов надежности в определенной мере предохраняет проектировщика от неприятных неожиданностей

# Идеализация узлов сопряжений и нагрузок

Идеализированными в большинстве случаев являются также расчетные схемы достаточно сложных конструкций опорных элементов и связей между отдельными частями сооружений

Наиболее широко применяются модели подвижного и неподвижного шарнирных соединений, а также жесткого защемления, которые не всегда отражают реальное НДС конструкции

Безусловной абстракцией является также понятие «сосредоточенная сила», т. е. сила, действующая на участке поверхности тела нулевой площади или во внутренней области, объем которой равен нулю. В ряде задач такая абстракция приводит к усложнению расчетной схемы, так как приходится принимать во внимание так называемые особенности НДС тела, связанные с необходимостью учета бесконечно больших напряжений

# Проблема сингулярности при определении $M$ и $Q$

Возникает при использовании действующей нормативной методики расчета и МКЭ при задании сосредоточенных (узловых) сил  $P$  и определении значений поперечных сил  $Q$  на основе теории Кирхгофа-Лява – на примере известного решения изгиба кольцевой пластинки свободно опертой по контуру:

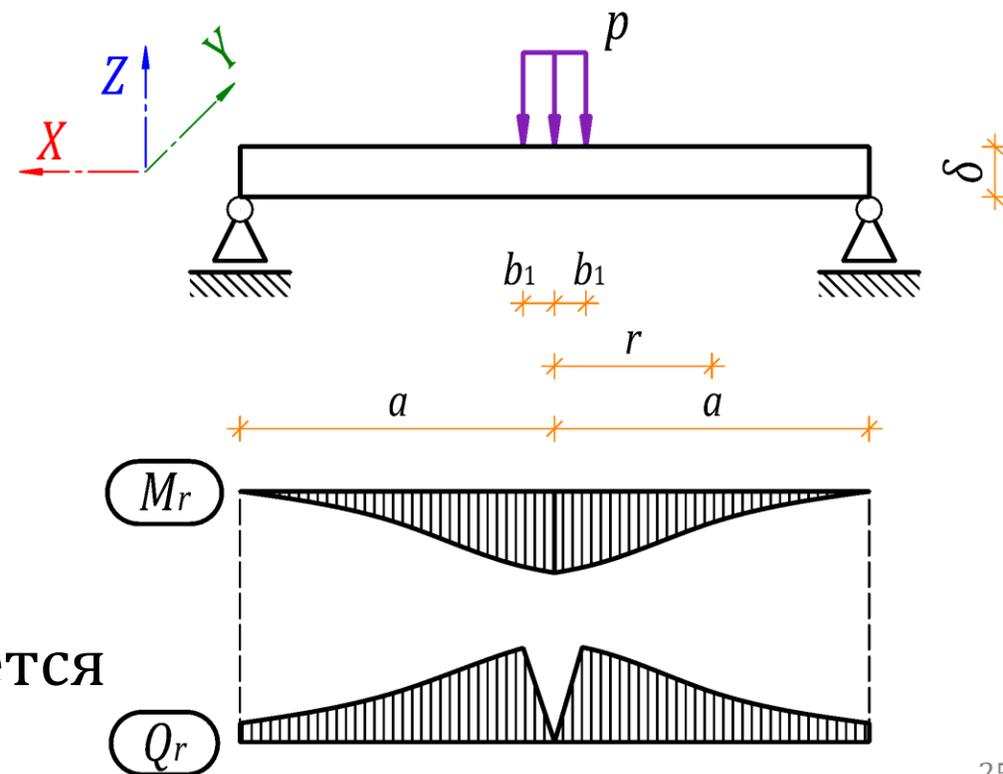
$$M_r = -\frac{p}{4\pi} \cdot (1 + \nu) \cdot \ln \frac{r}{a} \quad \text{и} \quad Q_r = -\frac{p}{2\pi a} \cdot \frac{a}{r}$$

$M_r$  и  $Q_r$  – радиальные изгибающий момент и поперечная сила

при  $b_1 \rightarrow 0$  тогда  $\ln \frac{r}{a} \rightarrow -\infty$  и  $M_r \rightarrow \infty$

при  $b_1 \rightarrow 0$  тогда  $\frac{a}{r} \rightarrow \infty$  и  $Q_r \rightarrow -\infty$

В результате – требуемая площадь поперечной арматуры заметно увеличивается



# Требования к расчетным моделям

Расчетная модель – совокупность принимаемых для расчета условий, таких как выбор расчетной схемы, принятие упрощающих предпосылок, составление исходных уравнений состояния и т. д.

Расчетные модели конструкций и оснований должны отражать действительные условия работы здания, сооружения, отвечающие рассматриваемой расчетной ситуации

При этом следует учитывать факторы, определяющие напряженное и деформированное состояния, особенности взаимодействия элементов конструкций между собой и с основанием, пространственную работу конструкций, геометрическую и физическую нелинейности, пластические и реологические свойства материалов и грунтов, наличие трещин в железобетонных конструкциях, возможные отклонения геометрических размеров от их номинальных значений

# Создание расчетной модели

Условно можно разбить на пять этапов:

- 1) Переход от реальной конструкции (РК) к физической модели (ФМ)
- 2) Переход от физической модели к механической или математической ее модели (ММ)
- 3) Переход от непрерывной ММ к дискретной модели или расчетной схеме (РС), приспособленной к возможностям конкретного инструмента вычислений
- 4) Описание этой РС доступными средствами избранного ПО, проведение самого расчета, получение численных результатов расчета (ЧР)
- 5) Интерпретация и анализ результатов расчета и получением итоговой информации (ИИ)

# Общие проблемы моделирования

Неоднократно служили темой исследований, и их авторы выдвигали разнообразные правила построения расчетных моделей. Так, в свое время Н. М. Герсеванов выдвинул три принципа создания расчетных моделей сооружений:

- Методы расчета должны исходить из форм разрушений и деформаций, подтвержденных опытом строительной практики
- Расчетная гипотеза, которая может быть достаточно условной, должна ставить конструкцию в менее благоприятные условия, чем те, в которых находится действительная конструкция
- Набор расчетных гипотез должен обеспечивать не только прочность и устойчивость, но и экономичность конструкции

# Дополнение принципов создания РМ

По мнению ряда авторитетных ученых, эти принципы, однако, не являются полными, и их следует дополнить следующим образом:

- Целесообразно иметь не одну модель, а систему аппроксимирующих моделей работы сооружения, каждая из которых имеет свои границы применения
- Аппроксимирующая модель работы сооружения должна не только правильно и полно отражать работу реального объекта, но и быть настолько простой, чтобы расчет не становился чрезмерно громоздким
- Увеличение количества элементов в РМ не обязательно приводит к повышению точности и эффективности в решении задачи

# Погрешности при решении систем уравнений

На примере системы канонических уравнений С. А. Бернштейна:

$$5X + 7Y + 6Z + 5F = 23$$

$$7X + 10Y + 8Z + 7F = 32$$

$$6X + 8Y + 10Z + 9F = 33$$

$$5X + 7Y + 9Z + 10F = 31,$$

точное решение которой  $X = Y = Z = F = 1$

Однако если подставить в уравнения значения неизвестных:

$X = 14,6; Y = -7,2; Z = -2,5; F = 3,1$ , то правые части – 23,1; 31,9; 32,9; 31,1,

т. о., уравнения удовлетворены с точностью до  $\frac{1}{3}\%$

Если повысить требование точности в 10 раз (до  $\frac{1}{30}\%$ ), то уравнения будут удовлетворены такими значениями неизвестных:

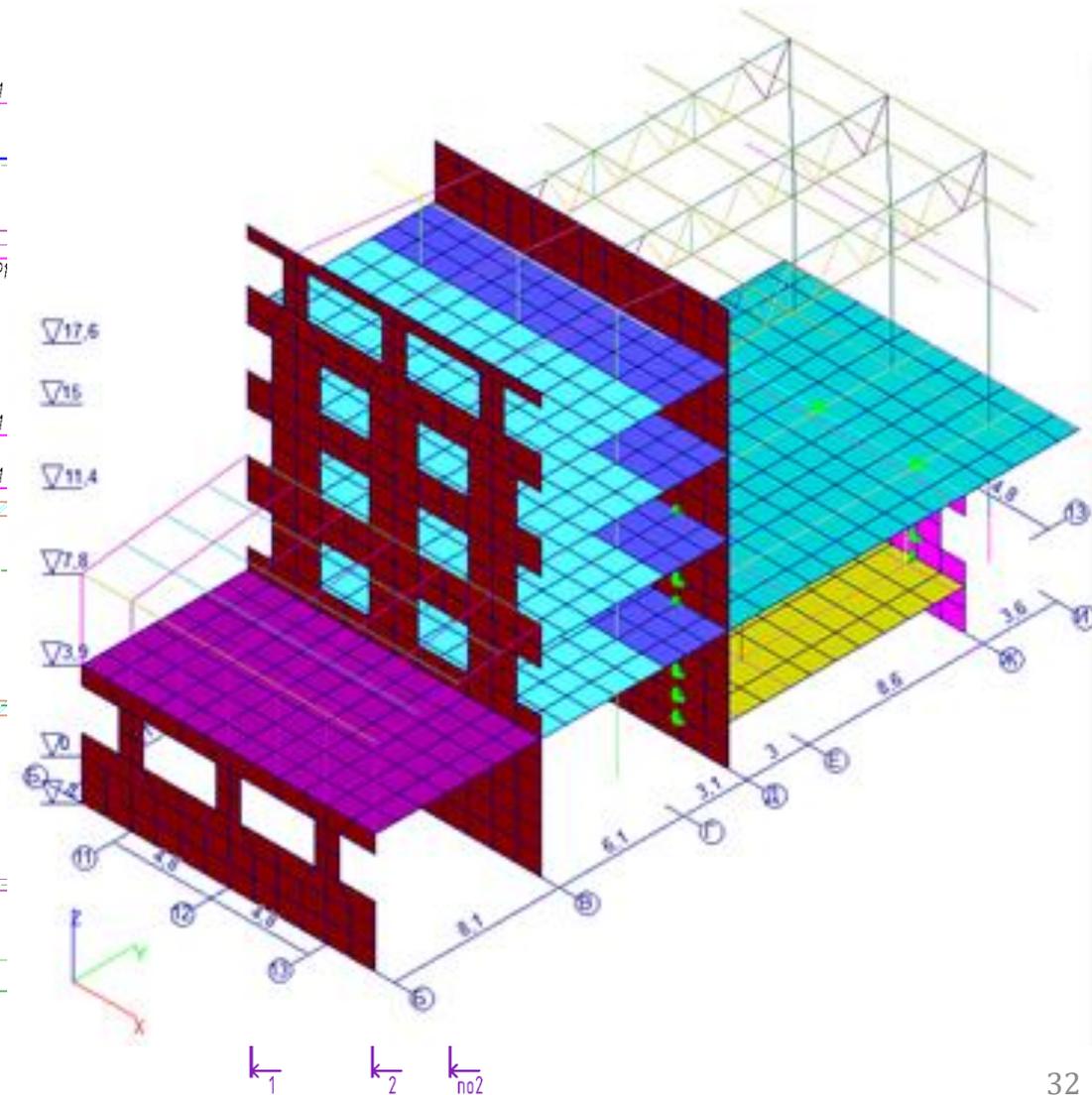
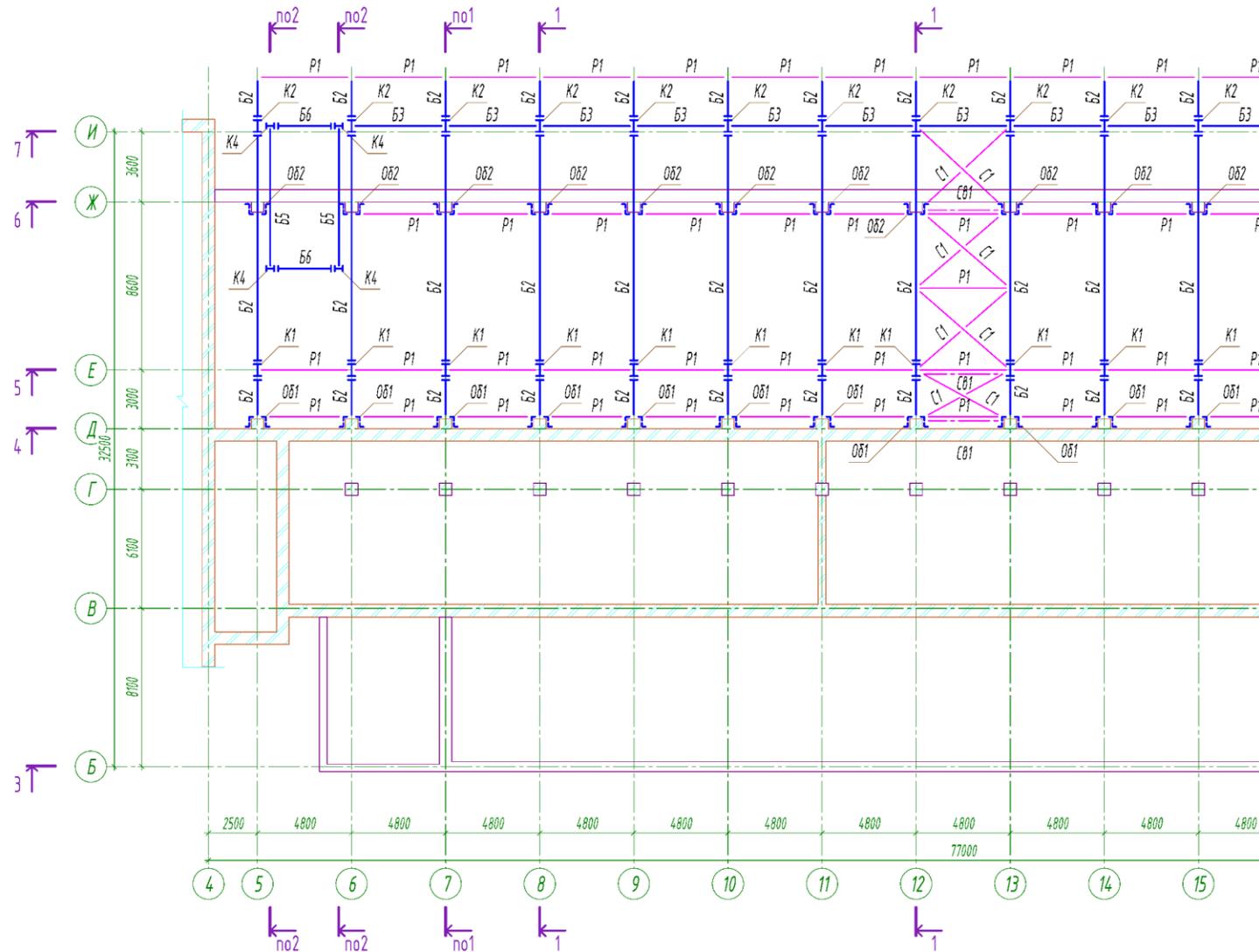
$X = 2,36; Y = 0,18; Z = 0,65; F = 1,21$ , то правые части – 23,01; 31,99; 32,99; 31,01

# Построение расчетных схем

Всегда базируется на компромиссе между высокой детализацией с необходимыми подробностями и простотой, позволяющей получить решение при ограничениях, налагаемых на результат такими факторами, как сроки, доступное ПО, квалификация исполнителей, возможность анализа и осмысления получаемых результатов, а также адекватности проектируемой конструкции

Инженер-расчетчик обычно использует не одну, а несколько в некотором смысле близких расчетных схем и, если результаты анализа такого рода набора схем близки друг к другу, то уверенность в их правильности резко возрастает

# Пример фрагмента расчетной модели



# Литература:

- ГОСТ 27751-2014 Надежность строительных конструкций и оснований
- СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия
- СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции
- СП 16.13330.2017 Стальные конструкции
- Емельянов С.Г., Голышев А.Б., Колчунов В.И. [и др.]. Методология проектирования строительных конструкций: Учебное пособие. – Юго-Западный государственный университет, 2016. – 352 с.
- Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести – Издание второе. – М.: Высшая школа, 1968. – 512 с.

**ИФО | 01.03.04 | ПМ | 6-й семестр**

# **Строительные конструкции**

## **Лекция №10**



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

www: [mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/](http://mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/)

e-mail: [gbk@mgsu.ru](mailto:gbk@mgsu.ru); [dpekin@mail.ru](mailto:dpekin@mail.ru)

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.