

ИСА | 08.03.01 | ПГС | 6-й семестр

Железобетонные и каменные конструкции

Практическое занятие №9



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/

e-mail: gbk@mgsu.ru; PekinDA@mgsu.ru

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.

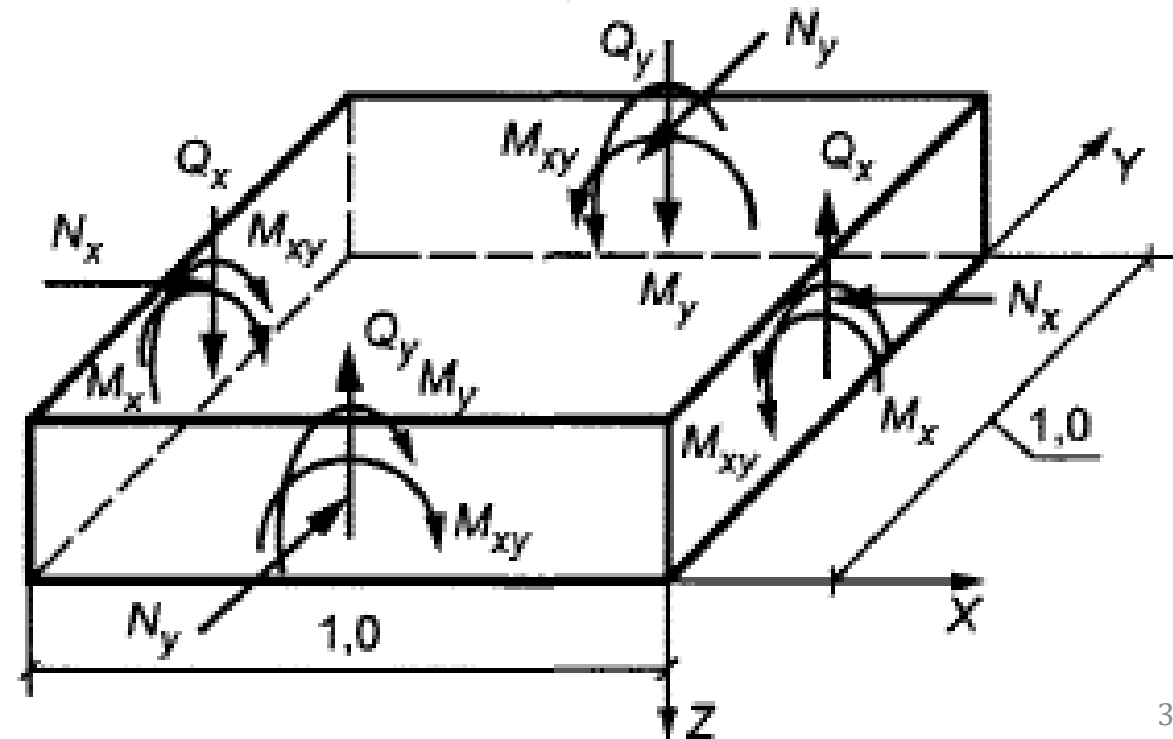
Практическое занятие №9 – краткий обзор:

- Прочность плит при действии моментов, поперечных и продольных сил
- Точки сингулярности в плитах
- Экспериментальные исследования плит
- Прочность стен при действии моментов, поперечных и продольных сил
- Плиты, опертые по контуру
- Безбалочные перекрытия

Расчет по прочности плоских плит (п. 8.1.53 СП 63)

Перекрытий, покрытий и фундаментных плит выполняется на **совместное** действие **изгибающих** и **крутящих** моментов, а также на действие **продольных** и **поперечных** сил, приложенных по боковым сторонам **плоского** выделенного элемента

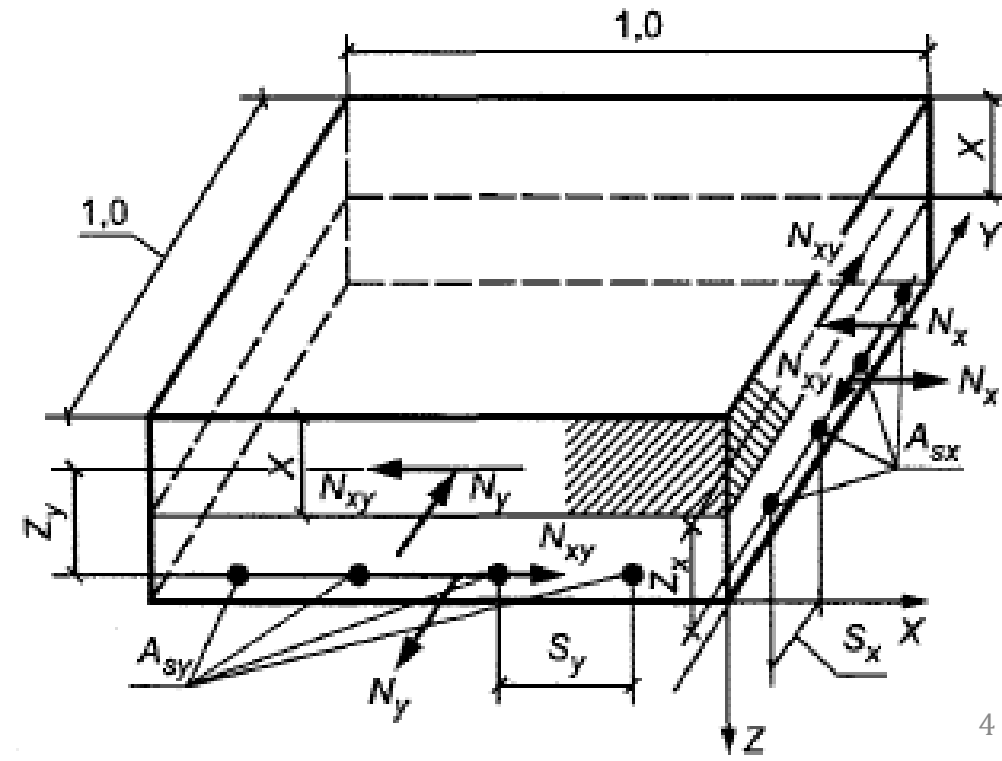
Кроме того, при опирании плоских плит на колонны (пилоны) следует производить расчет плит на **продавливание** на действие сосредоточенных нормальных сил и моментов согласно п. 8.1.46-8.1.52 СП 63.13330



Расчет плоских плит по прочности (п. 8.1.54 СП 63)

В общем случае производят путем **разделения** плоского элемента на отдельные слои **сжатого** бетона и **растянутой** арматуры и расчета каждого слоя отдельно на действие нормальных и сдвигающих сил в этом слое, полученных от действия изгибающих и крутящих моментов и нормальных сил

Расчет плоских элементов плит может также производиться **без разделения** на слои бетона и растянутой арматуры на совместное действие изгибающих и крутящих моментов из условий, основанных на **обобщенных уравнениях предельного равновесия**



Обобщенные уравнения предельного равновесия:

$$(M_{x,ult} - M_x) \cdot (M_{y,ult} - M_y) - M_{xy}^2 \geq 0$$

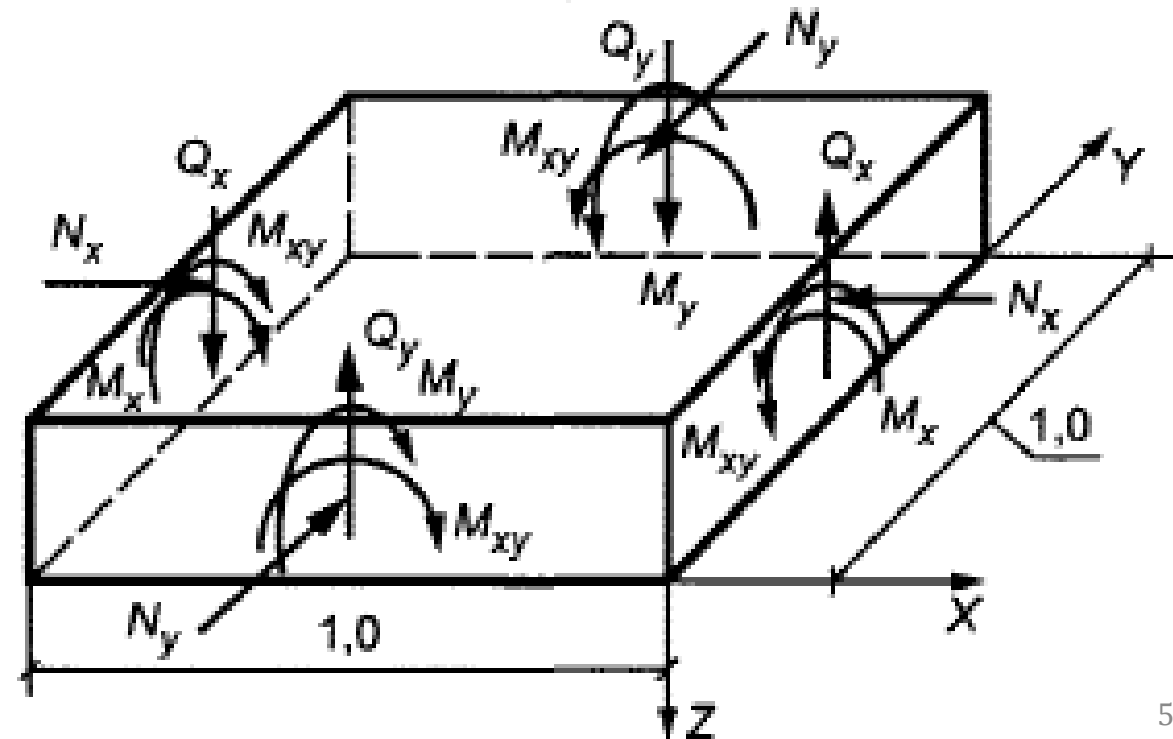
$$M_{x,ult} \geq M_x$$

$$M_{y,ult} \geq M_y$$

$$M_{xy,ult} \geq M_{xy}$$

где M_x, M_y, M_{xy} – изгибающие и крутящий моменты, действующие на выделенный плоский элемент

$M_{x,ult}, M_{y,ult}, M_{xy,ult}$ – предельные изгибающие и крутящий моменты, воспринимаемые плоским выделенным элементом



Предельные изгибающие моменты в плитах

Вычисляются по аналогии со стержневыми элементами отдельно для каждого направления армирования $M_{x,ult}$ и $M_{y,ult}$:

$$M_{ult} = R_{sc} \cdot A'_s(x - a') + \frac{R_b \cdot b \cdot x^2}{2} + R_s \cdot A_s(h_0 - x)$$

Предельные крутящие моменты определяются по бетону $M_{bxy,ult}$ и арматуре $M_{sxy,ult}$ по формулам:

$$M_{bxy,ult} = 0,1R_b \cdot b_{min}^2 \cdot b_{max}$$
$$M_{sxy,ult} = 0,5R_s(A_{sx} + A_{sy})h_0$$

где b_{min} и b_{max} – меньший и больший размеры плоского выделенного элемента соответственно

A_{sx} , A_{sy} – площади сечения продольной арматуры в направлении осей X и Y

Расчет плоских плит на действие поперечных сил

Согласно п. 8.1.55 СП 63.13330 следует выполнять по формуле:

$$\frac{Q_x}{Q_{x,ult}} + \frac{Q_y}{Q_{y,ult}} \leq 1$$

где Q_x и Q_y – поперечные силы, действующие по боковым сторонам плоского выделенного элемента

$Q_{x,ult}$ и $Q_{y,ult}$ – предельные поперечные силы, воспринимаемые плоским выделенным элементом и вычисляемые по формуле:

$$Q_{ult} = Q_b + Q_{sw}$$

где Q_b и Q_{sw} – предельные поперечные силы, воспринимаемые соответственно бетоном и поперечной арматурой

Предельные поперечные силы в плитах

Воспринимаемые бетоном и поперечной арматурой вычисляются по формулам:

$$Q_b = 0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot h_0 = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw}}{s_w} h_0$$

где b и h_0 – ширина и рабочая высота сечения, соответственно

q_{sw} – интенсивность поперечного армирования

A_{sw} и s_w – площадь поперечной арматуры расположенной в одном нормальном сечении и шаг этих рядов, соответственно

R_{bt} и R_{sw} – сопротивление бетона и поперечной арматуры растяжению, соответственно

Проблема подбора поперечной арматуры

Возникает при использовании действующей нормативной методики расчета и МКЭ при задании сосредоточенных (узловых) сил P и определении значений поперечных сил Q на основе теории Кирхгофа-Лява – на примере известного решения изгиба **кольцевой** пластинки **свободно** опертой по контуру:

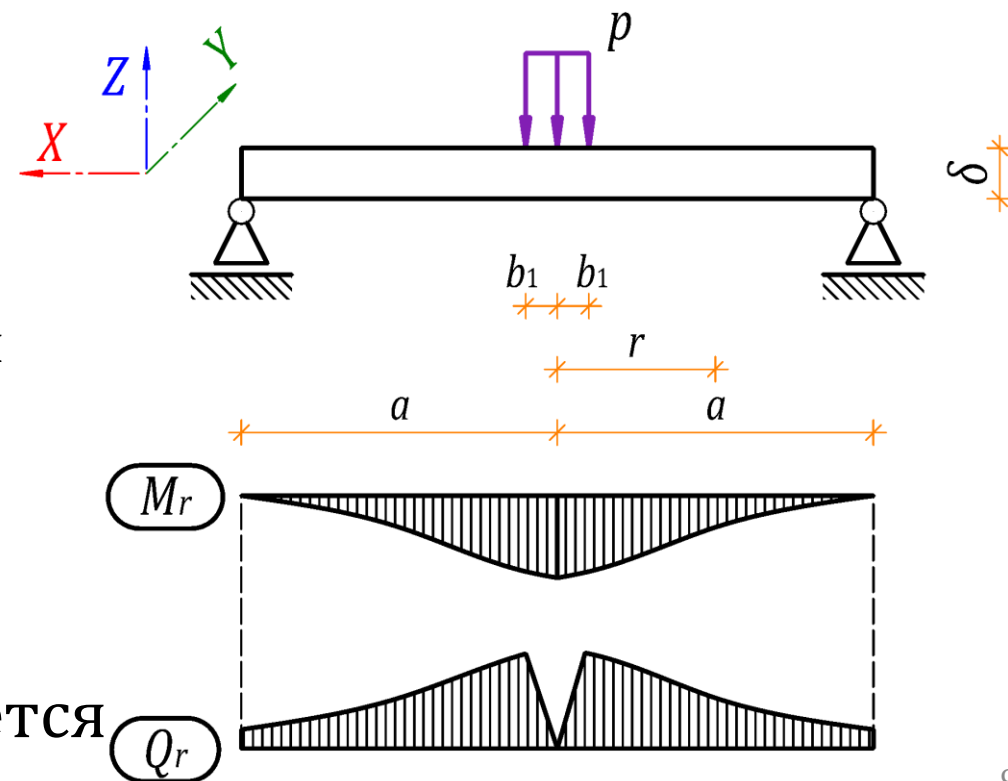
$$M_r = -\frac{p}{4\pi} \cdot (1 + \nu) \cdot \ln \frac{r}{a} \quad \text{и} \quad Q_r = -\frac{p}{2\pi a} \cdot \frac{a}{r}$$

где M_r и Q_r – радиальные изгибающий момент и поперечная сила; p – давление; a и b_1 – радиусы пластинки и области приложения давления p ; ν – коэффициент Пуассона; δ – толщина пластинки

при $b_1 \rightarrow 0$ и $r \leq b_1 \Rightarrow \ln \frac{r}{a} \rightarrow -\infty$ и $M_r \rightarrow \infty$

при $b_1 \rightarrow 0$ и $r \leq b_1 \Rightarrow \frac{a}{r} \rightarrow \infty$ и $Q_r \rightarrow -\infty$

В результате – требуемая площадь поперечной арматуры заметно увеличивается

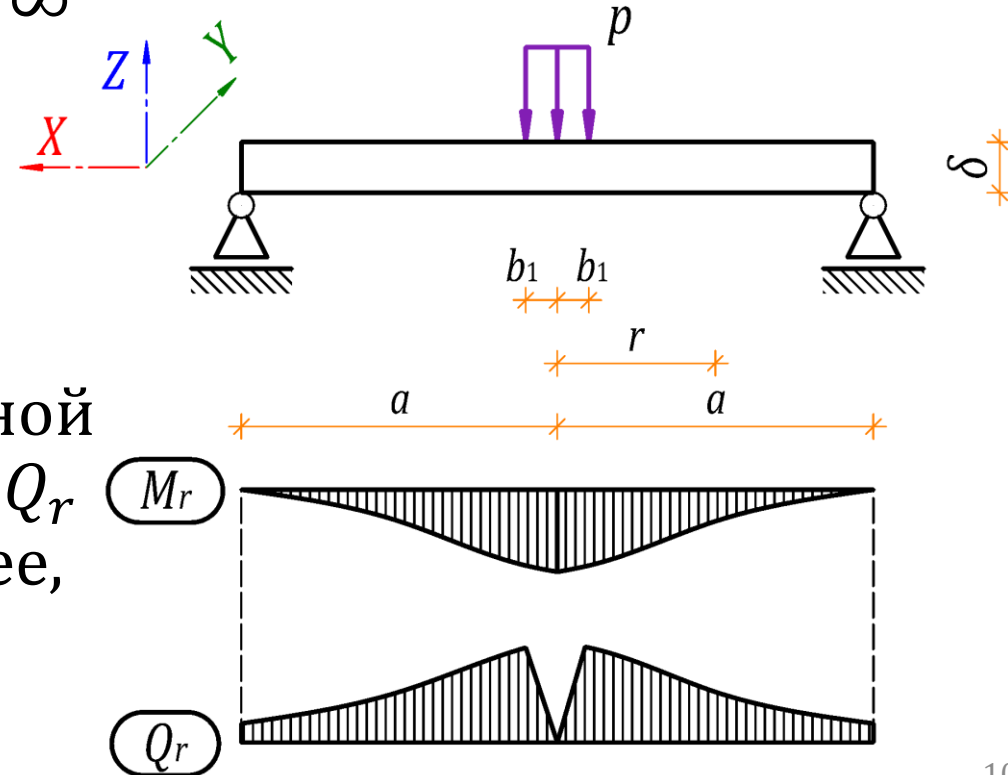


Сравнение порядков бесконечно больших величин M_r и Q_r

Можно выполнить путем нахождения предела отношения на основе правила Лопиталья-Бернулли для раскрытия неопределенностей:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{a}{r}}{-\ln \frac{r}{a}} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{a}{r}\right)'}{\left(-\ln \frac{r}{a}\right)'} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{-a}{r^2}}{\frac{-1}{a \frac{r}{a}}} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{a}{r} = \infty$$

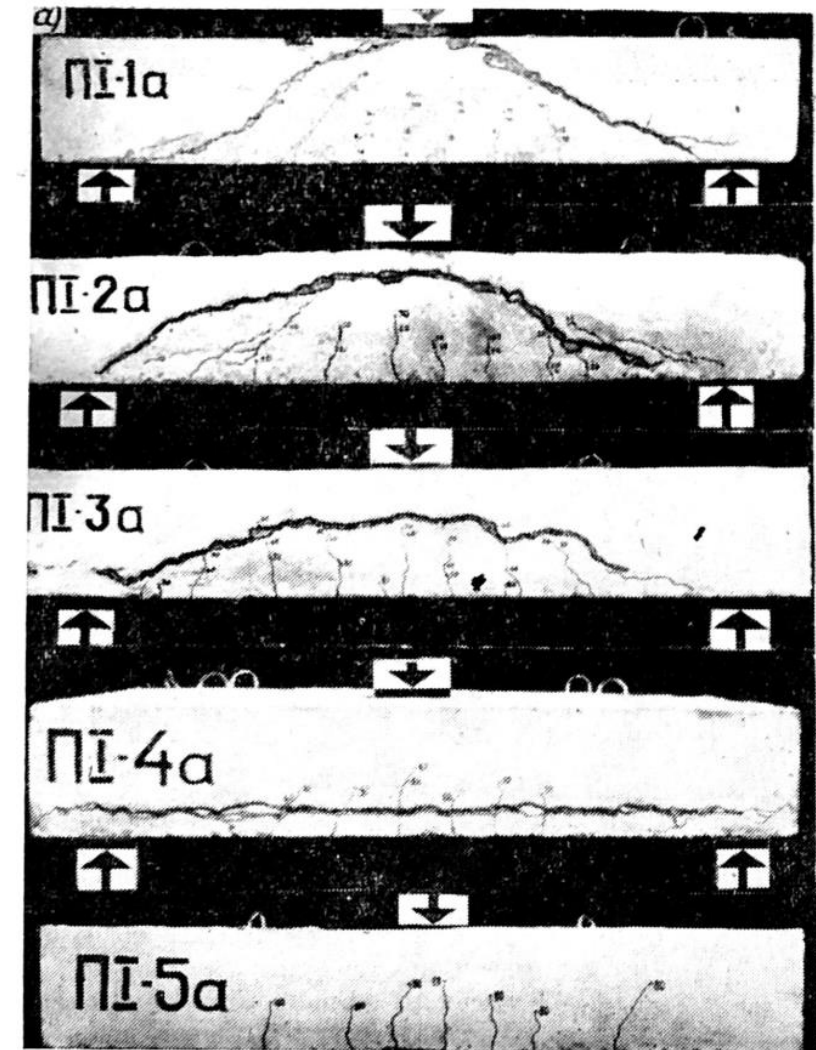
Значит при $r \rightarrow 0$ отношение a/r это бесконечно большая величина более **высокого** порядка по сравнению с величиной $\ln(r/a)$ и, следовательно, поперечная сила Q_r стремится к бесконечности гораздо быстрее, чем изгибающий момент M_r



Экспериментальные исследования 1980 г. в НИИЖБ

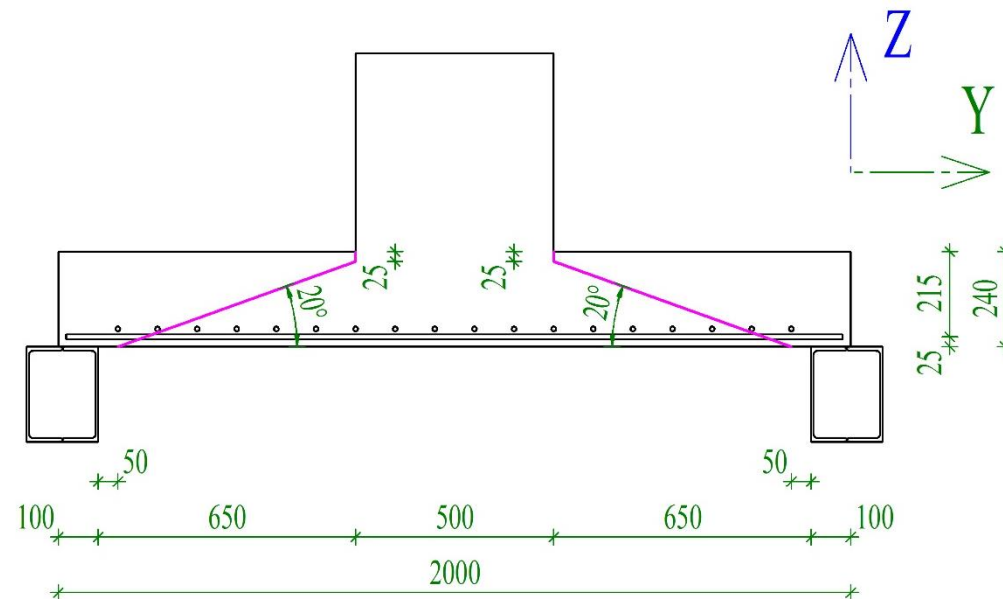
По сравнению механизмов разрушения от действия поперечных сил и при продавливании проводились для поиска переходных форм, позволяющих выработать критерии применения той или иной методики расчета

Испытывались образы, опёртые по **двум** сторонам на пролете **1,4 м**, высотой **300 мм**, с грузовой площадкой **200×200 мм** в середине пролета (т. о. пролет среза составлял **0,6 м**), при варьировании их ширины кратно габариту грузовой площадки – **200** (ПІ-1а), **3×200** (ПІ-2а), **5×200** (ПІ-3а) и **7×200** (ПІ-4а) мм, а также контрольные образцы с габаритами **1,4×1,4×0,3(h)** м (ПІ-5а), опёртые по 4-м сторонам, для реализации чистого продавливания



Современные экспериментальные исследования

В области продавливания подтверждают существенные отличия фактического механизма разрушения относительно принятых расчетных предпосылок в нормах СНиП 2.03.01-84* и СП 63.13330.2018, а также общую природу с разрушением по наклонным сечениям



Пирамида продавливания в реальных конструкциях

При действии равномерно распределенных нагрузок образуется с углом главных наклонных трещин близким к 45°

Это подтверждается конкретным примером аварийного разрушения плиты покрытия стилобатной части здания в месте сопряжения с колонной на объекте в Москве рядом с Павелецким вокзалом в 2009 году

Тогда на этапе разработки рабочей документации новой проектной организацией были внесены изменения в первоначальный проект в виде **исключения** капителей и **уменьшения** сечения колонн

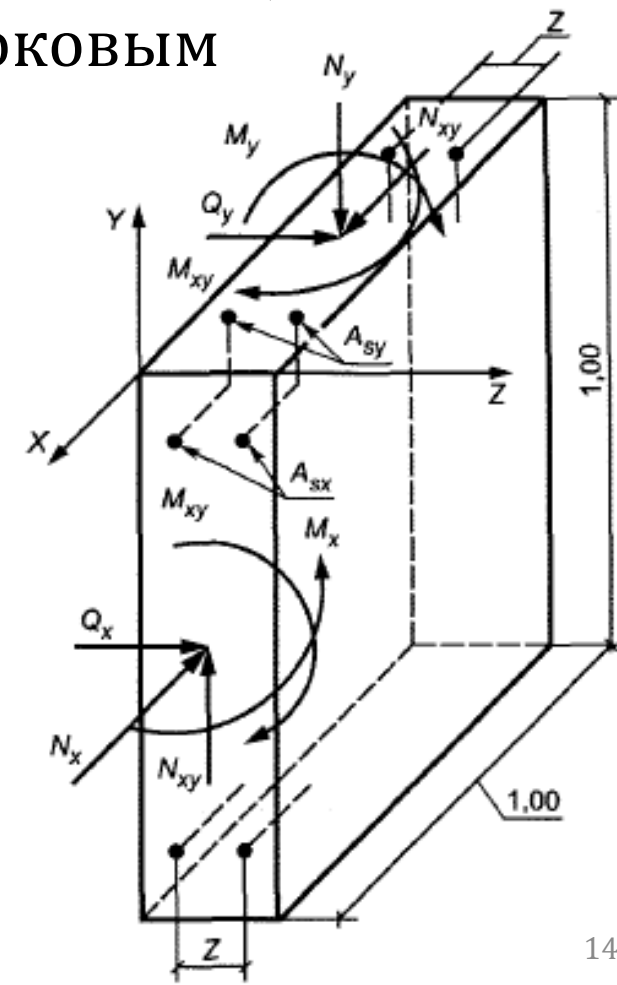


Расчет стен по прочности (п. 8.1.56 СП 63)

В общем случае выполняется на **совместное** действие **нормальных сил, изгибающих моментов, крутящих моментов, сдвигающих сил, поперечных сил**, приложенных по боковым сторонам плоского выделенного элемента

Расчет стен производят путем **разделения** плоского элемента на отдельные слои сжатого бетона и растянутой арматуры и расчета каждого слоя отдельно на действие нормальных и сдвигающих сил в этом слое, полученных от действия изгибающих и крутящих моментов, общих нормальных и сдвигающих сил

Допускается производить расчет без разделения на слои бетона и растянутой арматуры на основе **обобщенных уравнений предельного равновесия**



Обобщенные уравнения предельного равновесия:

$$(N_{x,ult} - N_x) \cdot (N_{y,ult} - N_y) - N_{xy}^2 \geq 0$$

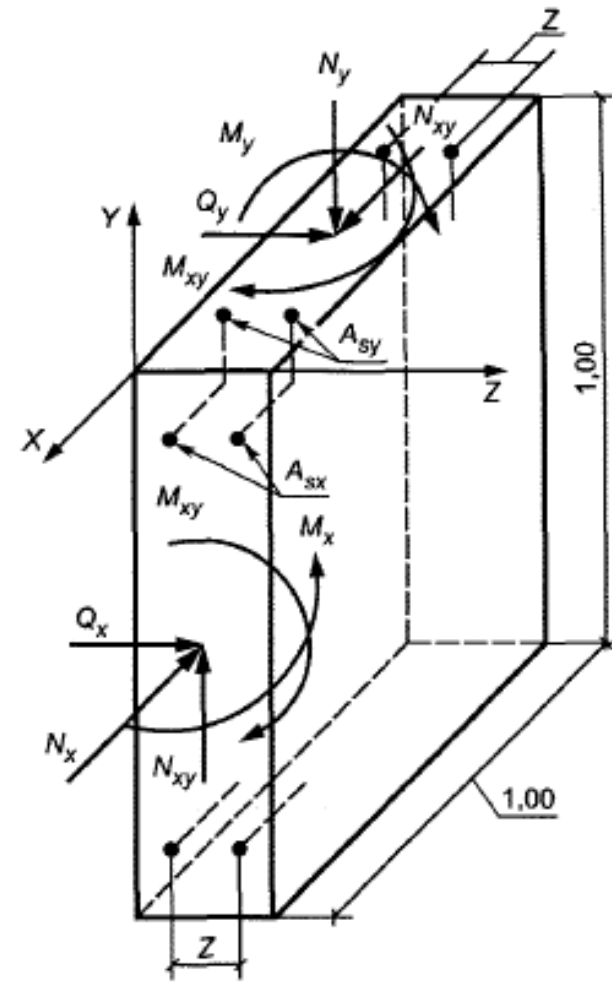
$$N_{x,ult} \geq N_x$$

$$N_{y,ult} \geq N_y$$

$$N_{xy,ult} \geq N_{xy}$$

где N_x, N_y, N_{xy} – нормальные и сдвигающие силы, действующие по боковым сторонам плоского выделенного элемента

$N_{x,ult}, N_{y,ult}, N_{xy,ult}$ – предельные нормальные и сдвигающие силы, воспринимаемые плоским выделенным элементом



Предельные нормальные силы в стенах

Вычисляются по аналогии со стержневыми элементами отдельно в каждом направлении $N_{x,ult}$ и $N_{y,ult}$:

$$N_{ult} \cdot e = R_b \cdot b \cdot x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s (h_0 - a')$$

Предельные сдвигающие силы по бетону $N_{bxy,ult}$ и арматуре $N_{sxy,ult}$ определяются по формулам:

$$N_{bxy,ult} = 0,3R_b \cdot A_b$$
$$N_{sxy,ult} = 0,5R_s (A_{sx} + A_{sy})$$

где A_b – рабочая площадь поперечного сечения бетона выделенного элемента

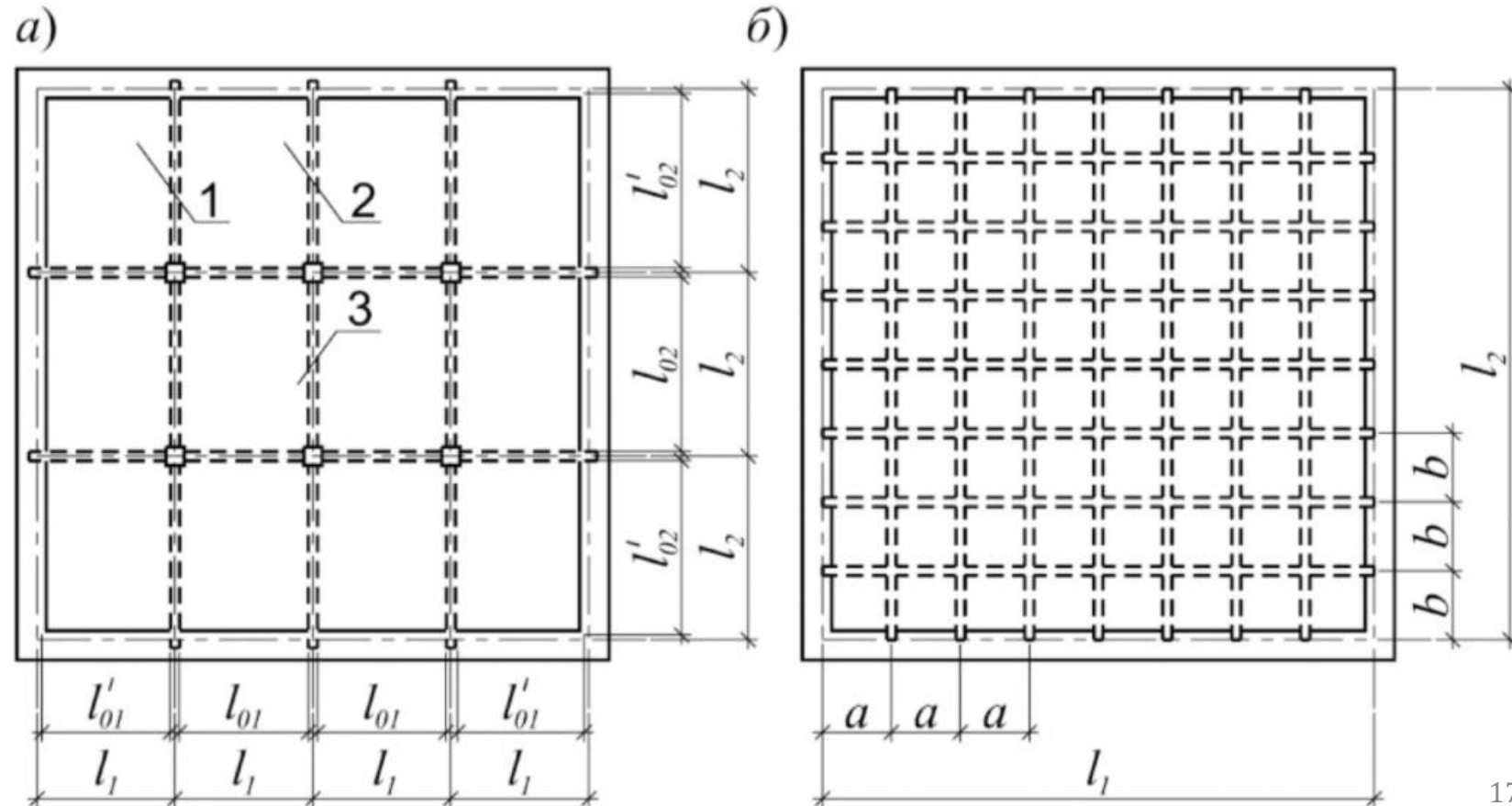
A_{sx}, A_{sy} – площади сечения продольной арматуры в направлении осей X и Y

Плиты, опертые по контуру

В составе монолитных железобетонных перекрытий работают на изгиб в двух направлениях при соотношении длин пролетов $l_2/l_1 \leq 2$, толщина плиты при этом принимается не менее $l_1/50$, и может составлять 10...15 см в зависимости от нагрузки и размеров

- **а)** – с внутренними колоннами (плиты с пролетами 4...6 м)
- **б)** – без внутренних колонн (плиты с пролетами 1,5...3 м) – **кессонные** перекрытия

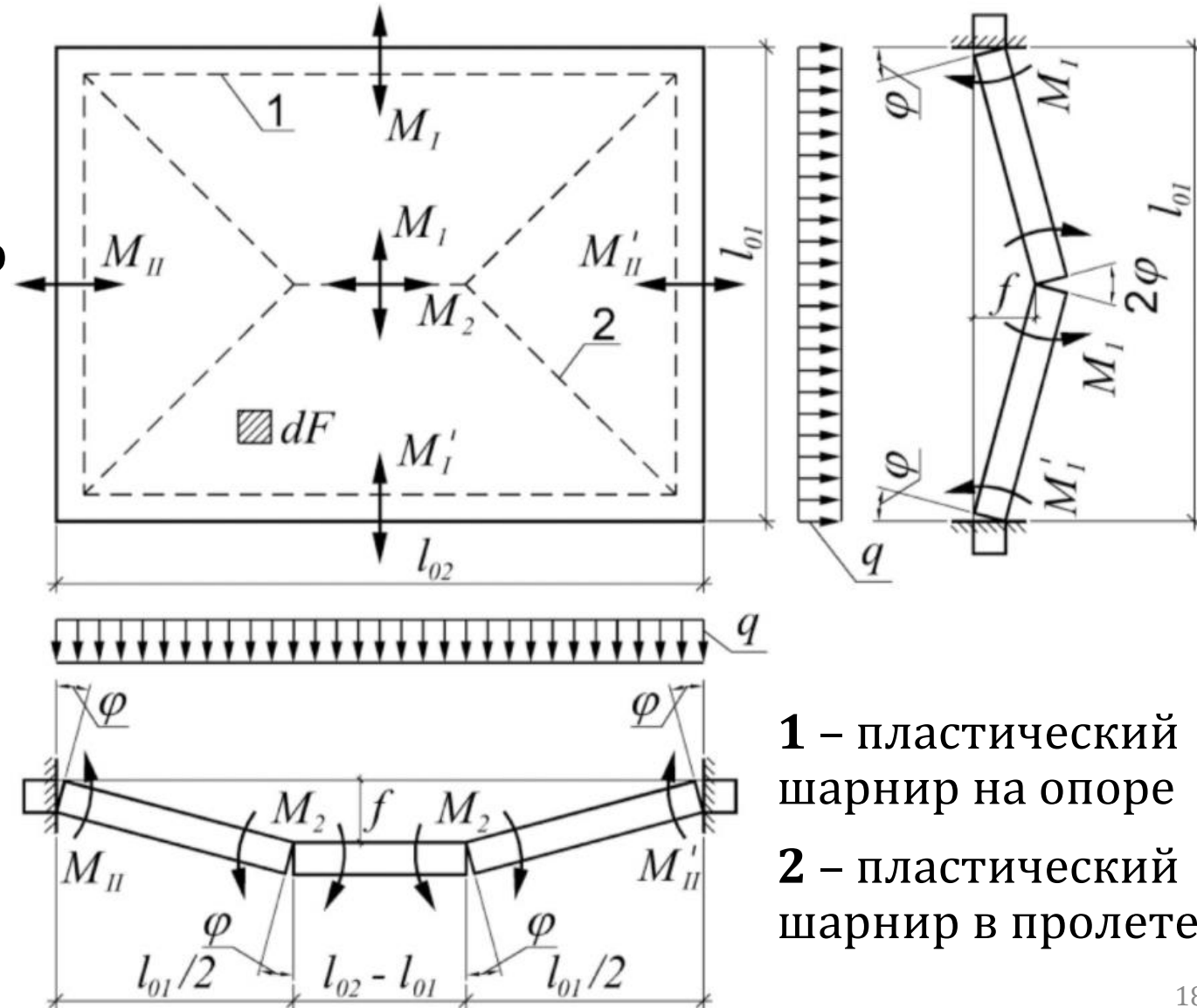
- 1 – угловая панель
- 2 – крайняя панель
- 3 – средняя панель



Расчет по прочности плит, опертых по контуру

На действие изгибающих моментов от равномерно распределенной нагрузки можно выполнить методом **предельного равновесия** кинематическим способом

При этом плита рассматривается как система **плоских** фрагментов, соединенных между собой по линиям излома **пластическими шарнирами**, возникающими в пролете по биссектрисам углов и на опорах вдоль балок – штриховые линии на рисунке



1 – пластический шарнир на опоре
2 – пластический шарнир в пролете

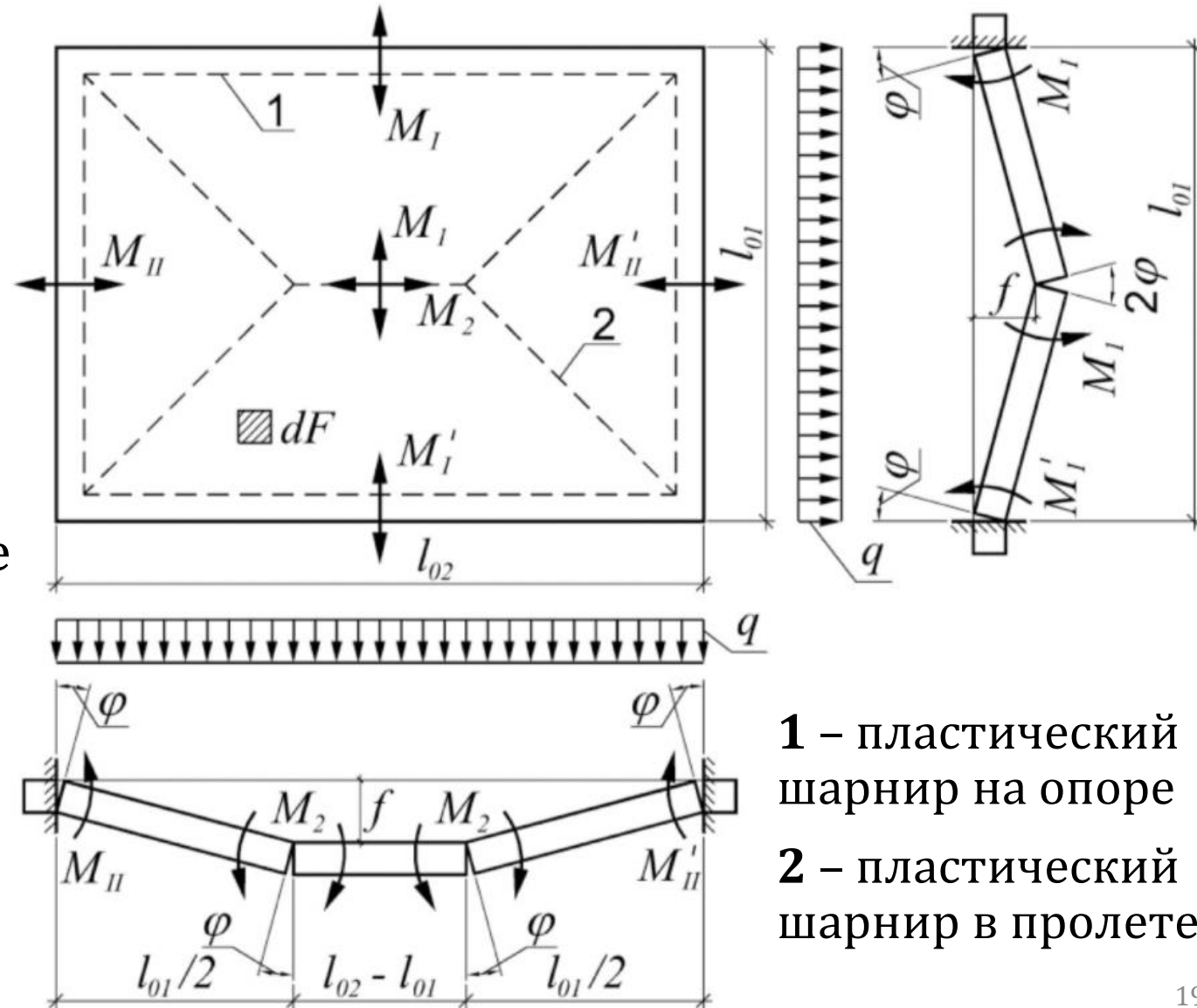
Предельные изгибающие моменты M

Зависят от площади арматуры A_s , пересеченной пластическим шарниром, и определяются на 1 м ширины плиты по формуле:

$$M = R_s \cdot A_s \cdot z_b$$

При различных граничных условиях опирания на контуре для определения изгибающих моментов составляется уравнение работ внешних и внутренних сил на перемещениях в предельном равновесии

В общем случае в плите действуют пролетные M_1, M_2 и опорные $M_I, M_{II}, M'_I, M'_{II}$ изгибающие моменты



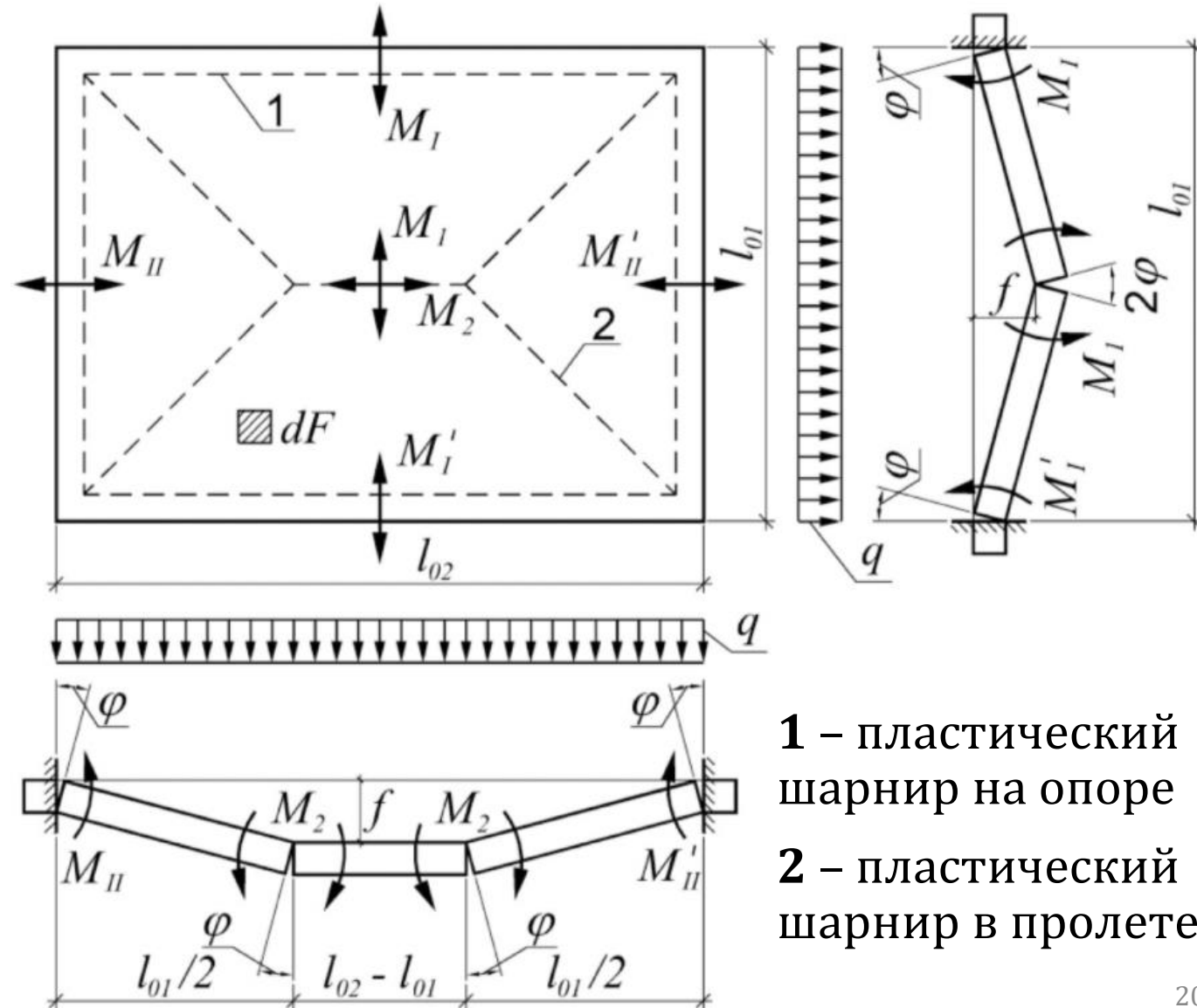
1 – пластический шарнир на опоре
2 – пластический шарнир в пролете

Метод предельного равновесия при расчете плит

Определяет поверхность изогнутой плиты в виде 4-х угольной пирамиды, гранями которой являются треугольные и трапециевидальные плоские фрагменты, с высотой равной максимальному прогибу – f

Угол поворота плоских фрагментов плиты при малых перемещениях принимается равным:

$$\varphi \cong \operatorname{tg} \varphi = \frac{2f}{l_{01}}$$



1 – пластический шарнир на опоре
2 – пластический шарнир в пролете

Уравнение работ внешних сил

Внешняя нагрузка совершает работу, равную произведению интенсивности нагрузки q на объем фигуры перемещения (пирамиды) V :

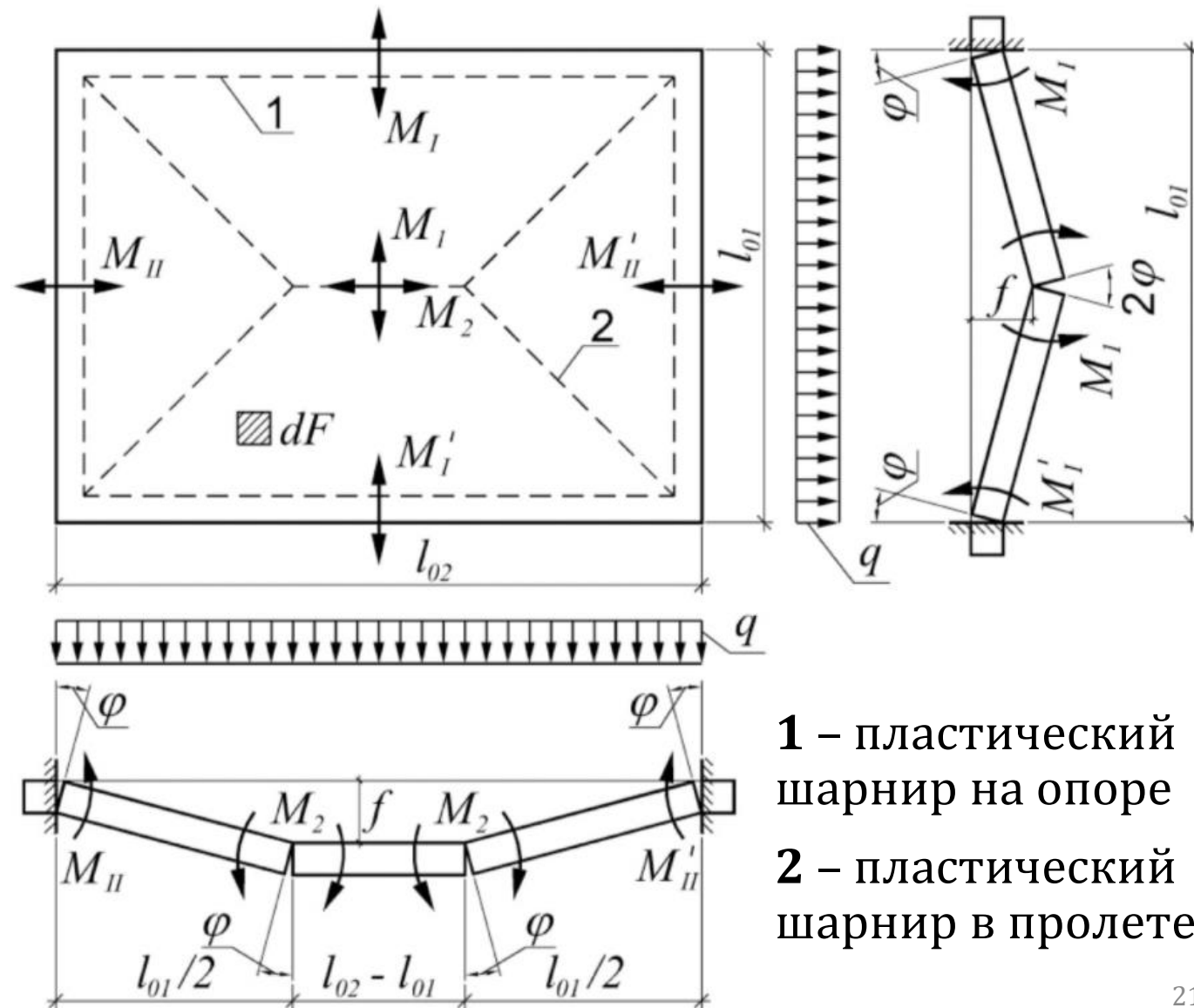
$$W_q = \int_0^F q \cdot z_i dF = q \cdot V =$$

$$= \frac{q \cdot f \cdot l_{01} (3l_{02} - l_{01})}{6}$$

где F – площадь плиты

z_i – перемещение произвольной точки плиты

l_{01}, l_{02} – длины пролетов



1 – пластический шарнир на опоре
2 – пластический шарнир в пролете

Уравнение работ внутренних усилий

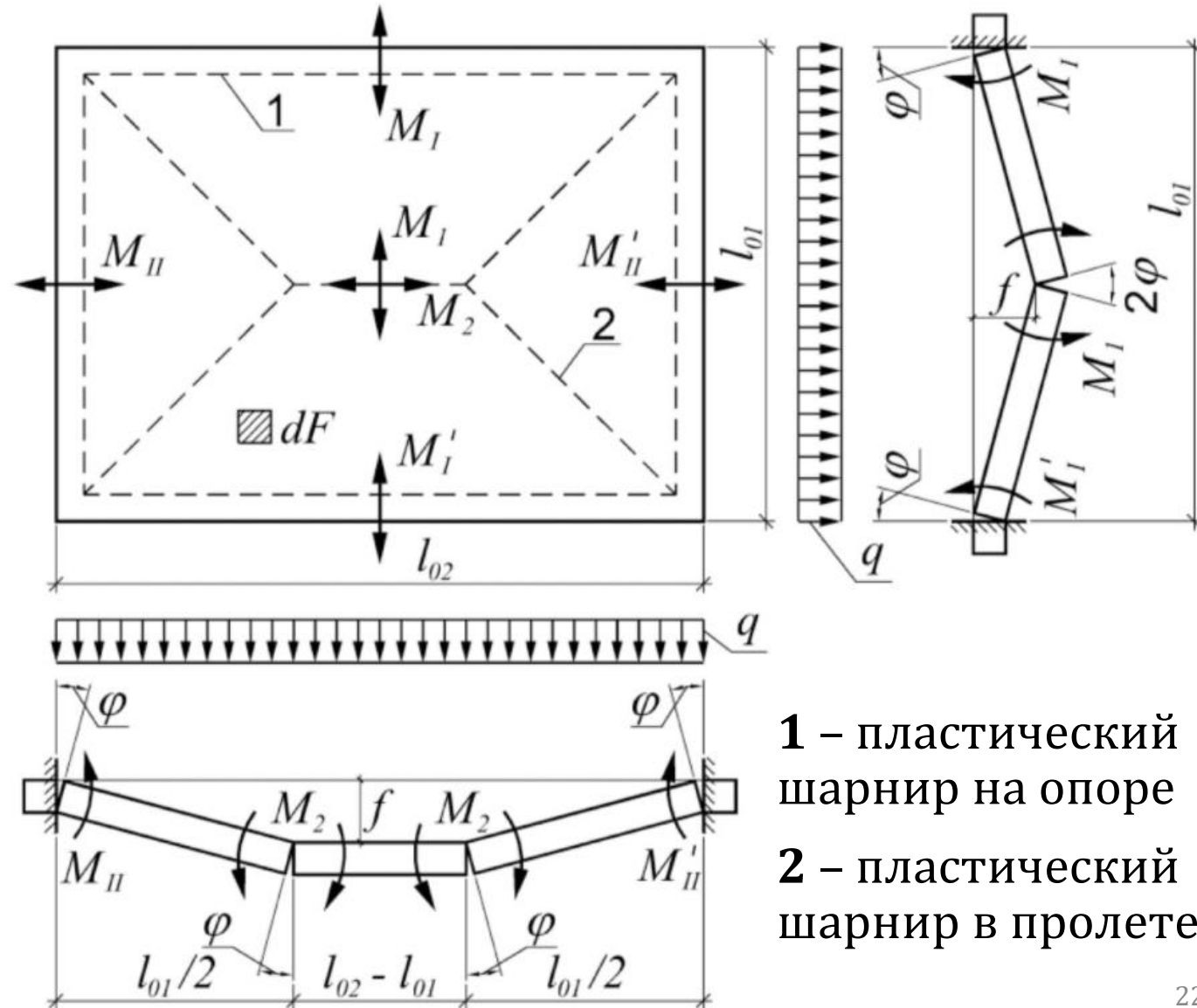
Определяется произведением изгибающих моментов на соответствующие углы поворота нормальных сечений:

$$W_M = \sum M \cdot \varphi =$$

$$= (2\varphi \cdot M_1 + \varphi \cdot M_I + \varphi \cdot M'_I)l_{02} + \\ + (2\varphi \cdot M_2 + \varphi \cdot M_{II} + \varphi \cdot M'_{II})l_{01}$$

где M_1, M_2 – пролетные изгибающие моменты

$M_I, M_{II}, M'_I, M'_{II}$ – опорные изгибающие моменты



1 – пластический шарнир на опоре
2 – пластический шарнир в пролете

Равенство работ внешних сил и внутренних усилий

С учетом принятого допущения по определению угла $\varphi \cong 2f/l_{01}$ запишется следующим образом:

$$\frac{q \cdot l_{01}^2 (3l_{02} - l_{01})}{12} =$$

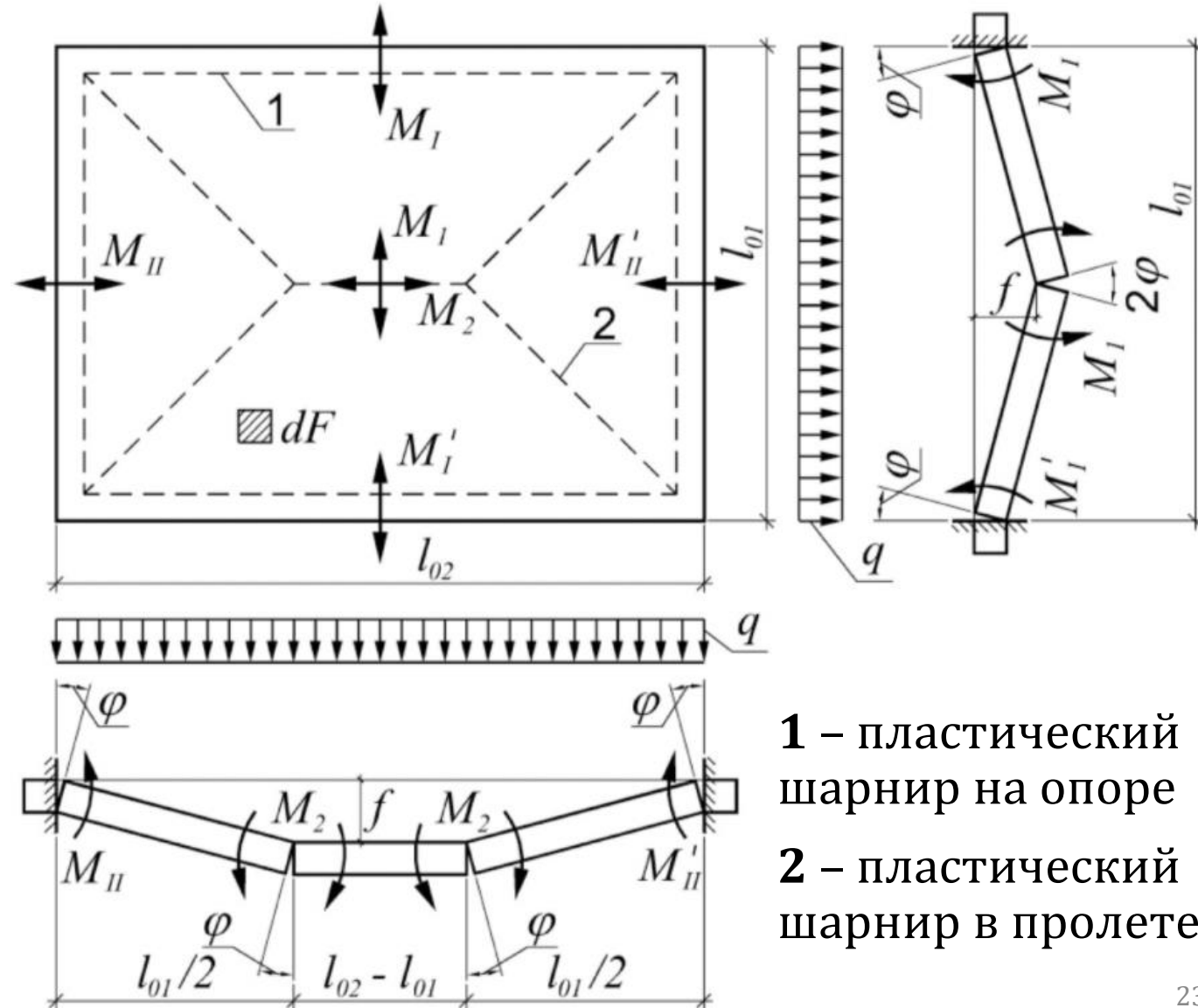
$$= (2M_1 + M_I + M'_I)l_{02} +$$

$$+ (2M_2 + M_{II} + M'_{II})l_{01}$$

и при заданной продольной арматуре в плите позволяет проверить условие прочности:

$$q \leq [q_{ult}]$$

где $[q_{ult}]$ вычисляется на основе уравнения равенства работ

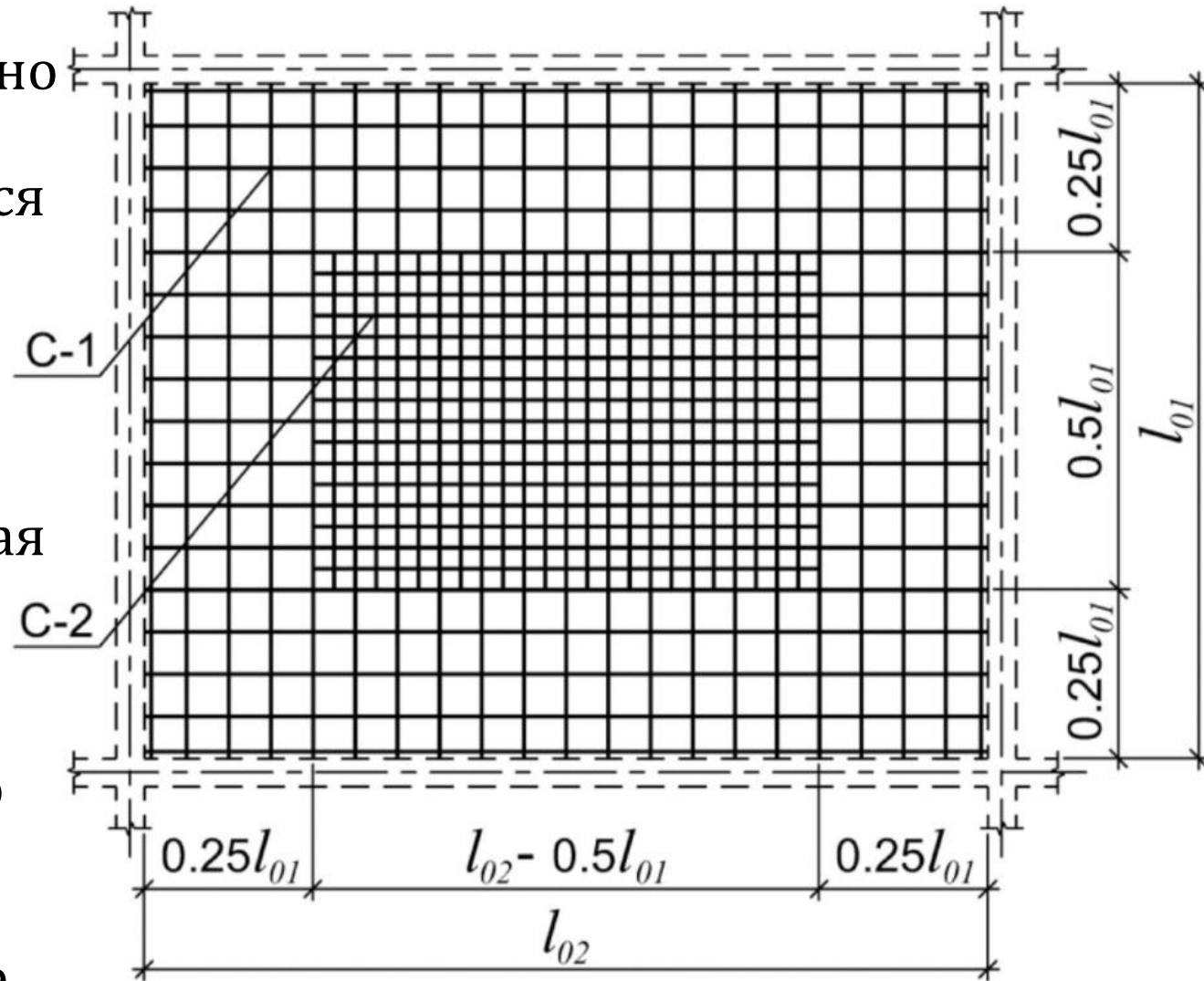


- 1 – пластический шарнир на опоре
- 2 – пластический шарнир в пролете

Армирование плит, опертых по контуру

В **нижней** зоне выполняется согласно схемы на рисунке – основная арматурная сетка (С-1) укладывается по всей площади плиты, дополнительные стержни в двух направлениях только в пролетной зоне на указанных расстояниях

В **верхней** зоне основная арматурная сетка также укладывается по всей площади плиты, а дополнительная надпорная арматура размещается перпендикулярно граням плиты, но только в **одном** направлении – на длину до границы дополнительной пролетной арматуры в нижней зоне

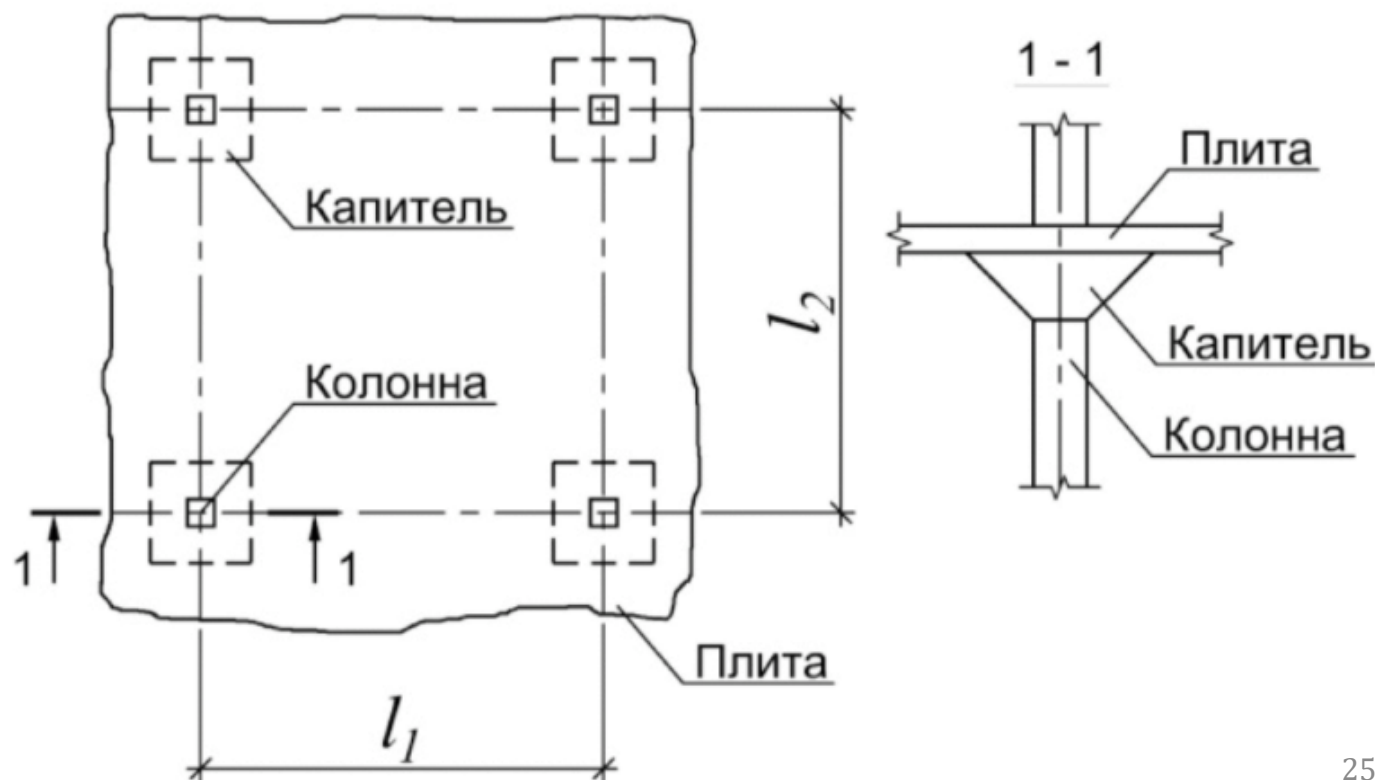


Безбалочные перекрытия

Выполняются в виде плоских сплошных или с организованными пустотами плит, опирающихся на колонны, пилоны, простенки или стены

При пролетах более 6 м и временных равномерно распределенных нагрузках выше 10 кПа в перекрытиях могут предусматриваться капители для:

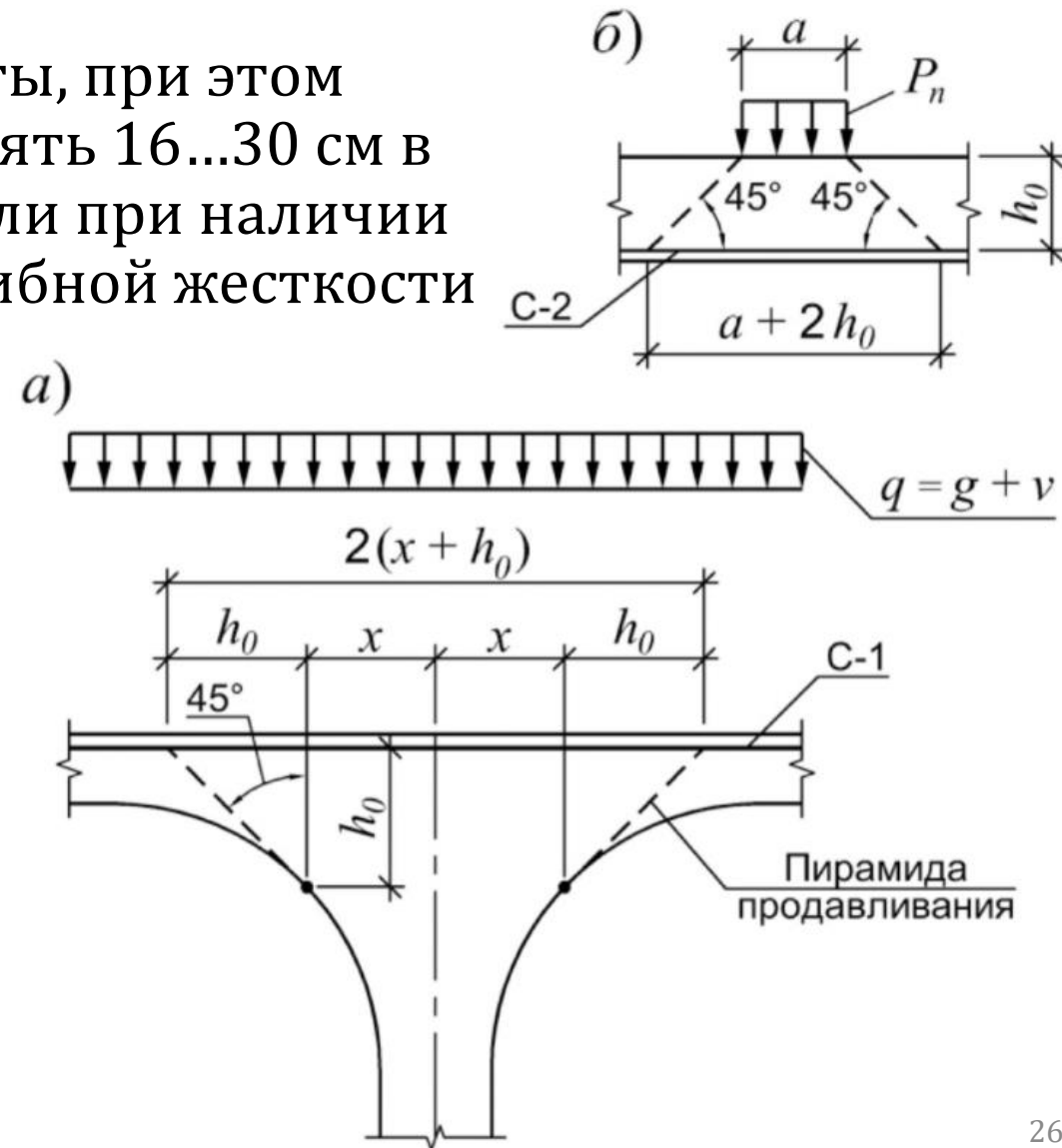
- Увеличения несущей способности на изгиб и снижения прогибов за счет уменьшения пролета плит
- Повышения несущей способности на продавливание
- Увеличения жесткости сопряжения колонны с плитой



Толщина безбалочных перекрытий

Назначается из условий продавливания плиты, при этом принимается не менее $l_1/35$ и может составлять 16...30 см в зависимости от длин пролетов и нагрузки, или при наличии капителей по минимально необходимой изгибной жесткости

- а) – обеспечение прочности плиты на продавливание с капителью или без нее
- б) – обеспечение прочности плиты на продавливание в любой точке из расчета габаритов грузовой площадки $a \times a$ при $a = 100$ мм и нагрузке $P_n = 1,5$ кН



Расчет безбалочных перекрытий на изгиб

Производится на полную расчетную нагрузку $q = g + v$ в двух направлениях без учета невыгодного нагружения пролетов временной полезной нагрузкой с разделением на пролетные и надколонные полосы и рассмотрением в виде балок пролетом l_0 , для направления l_1 :

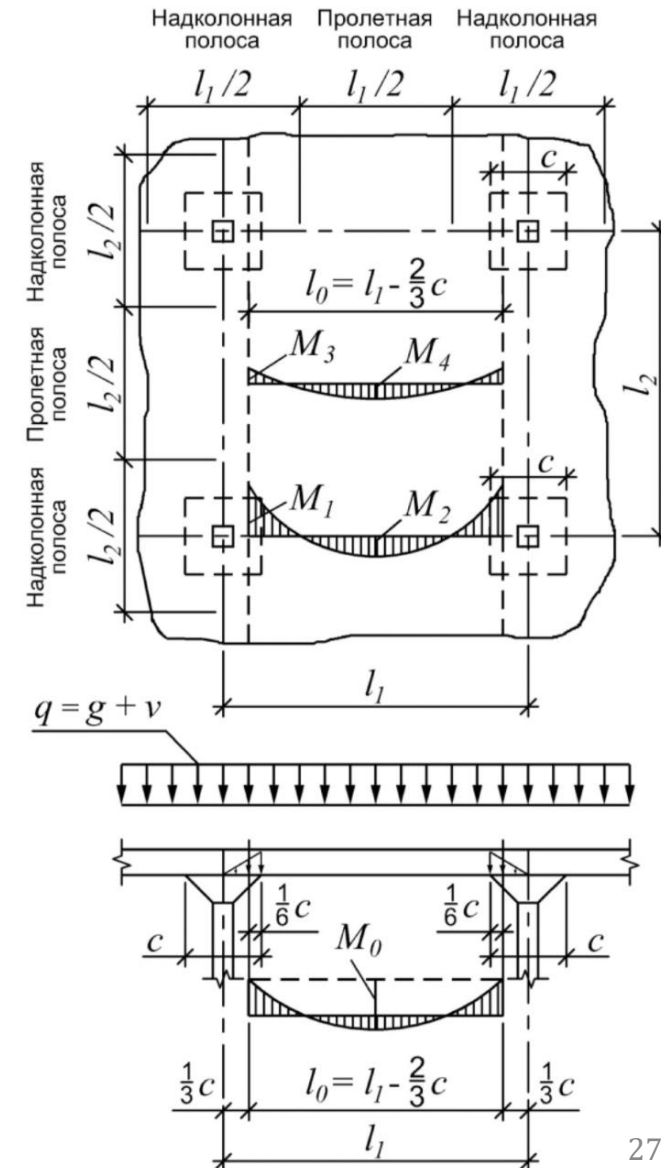
$$M_0 = \frac{q \cdot l_2}{8} \left(l_1 - \frac{2c}{3} \right)^2 = \frac{q \cdot l_1^2 \cdot l_2}{8} \left(1 - \frac{2c}{3l_1} \right)^2$$

где c – габарит верхнего основания капители

С учетом полной нагрузки на фрагмент $P = q \cdot l_1 \cdot l_2$ выражение запишется в виде:

$$M_{01} = \frac{P \cdot l_1}{8} \left(1 - \frac{2c}{3l_1} \right)^2 \quad \text{– в направлении } l_1$$

$$M_{02} = \frac{P \cdot l_2}{8} \left(1 - \frac{2c}{3l_2} \right)^2 \quad \text{– в направлении } l_2$$



Расчет безбалочных перекрытий на изгиб

При равной длине пролетов $l = l_1 = l_2$ получим:

$$M_{01} = \frac{P \cdot l}{8} \left(1 - \frac{2c}{3l} \right)^2$$

Значения пролетных и опорных моментов M_1, M_2, M_3, M_4 в пропорции от M_0 определяются по формулам:

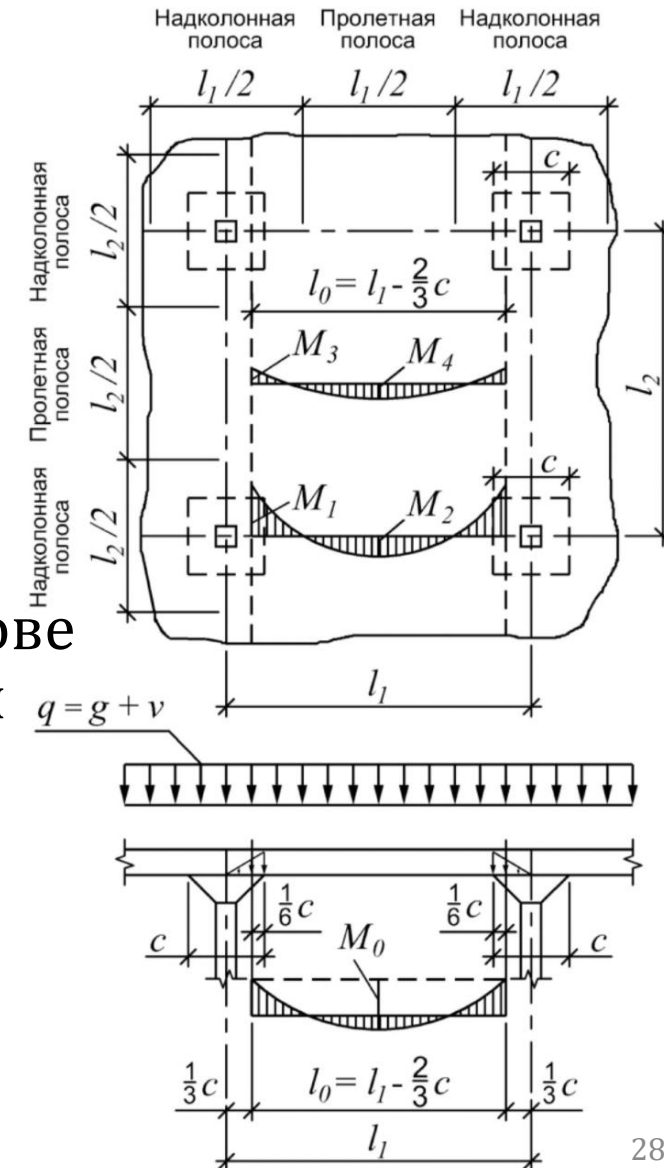
$$M_1 = 0,5M_0; M_2 = 0,2M_0; M_3 = M_4 = 0,15M_0$$

Подбор арматуры для каждого расчетного сечения на основе соответствующих изгибающих моментов в надколонных и пролетных полосах выполняется по формуле:

$$A_{si} = \frac{0,7M_i}{R_s \cdot z_{bi}}$$

где 0,7 – эмпирический коэффициент

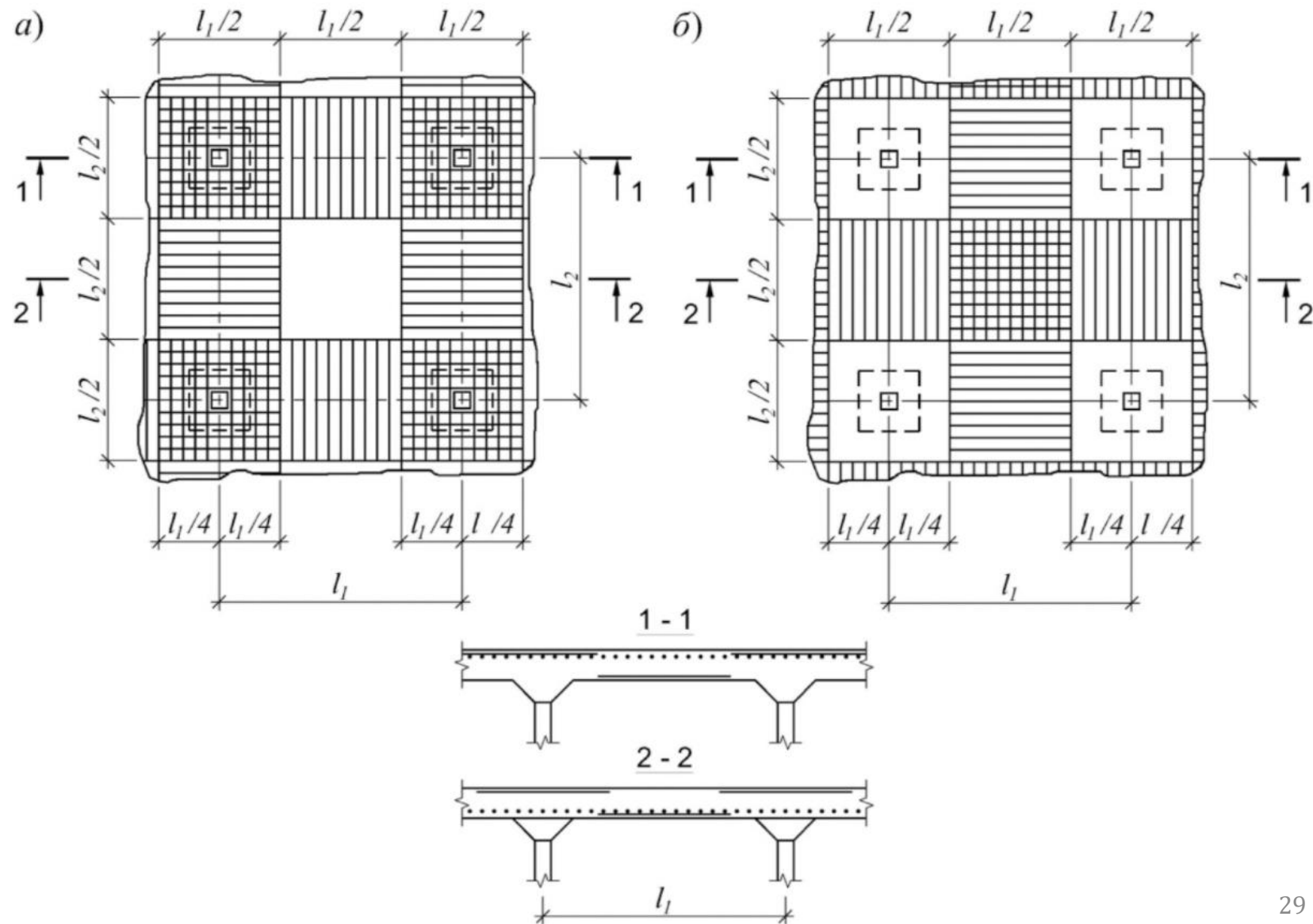
$z_{bi} = 0,9h_{0i}$ – плечо внутренней пары



Армирование безбалочных перекрытий

- а) – рабочая арматура в верхней зоне плиты
- б) – рабочая арматура в нижней зоне плиты

Конструктивная арматура (в нижней зоне опорных и в верхней зоне пролетных участков) на планах и сечениях **УСЛОВНО** не показана



Литература:

- СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции
- СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия
- СП 22.13330.2016 Основания зданий и сооружений
- СП 28.13330.2017 Защита строительных конструкций от коррозии
- Кумпяк О. Г., Самсонов В. С., Галяутдинов З. Р., Пахмурин О. Р. Железобетонные и каменные конструкции. – М.: Издательство АСВ, 2014. – 672 с.
- Гвоздев, А.А. Переходные формы между разрушением по наклонному сечению и продавливанием / А.А. Гвоздев, А.С. Залесов, К.Е. Ермуханов // Бетон и Железобетон. №3. 1980. – С.27-29
- Пекин, Д.А. Влияние изгиба на механизм продавливания опорной зоны железобетонной плиты / Д.А. Пекин // Промышленное и гражданское строительство. №10. 2019. – С.20-28

ИСА | 08.03.01 | ПГС | 6-й семестр

Железобетонные и каменные конструкции

Практическое занятие №9



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

[www: mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/](http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/ZhBK/)

e-mail: gbk@mgsu.ru; PekinDA@mgsu.ru

тел.: +7 495 287 49 14 доб. 3036, 3084

Пекин Дмитрий Анатольевич, доцент, к.т.н.